

WISSENSCHAFTLICHE ARBEITEN
DER FACHRICHTUNG VERMESSUNGSWESEN DER UNIVERSITÄT HANNOVER
ISSN 0174-1454

Nr. 128

ERWIN KRUCK

Lösung großer Gleichungssysteme
für photogrammetrische Blockausgleichungen
mit erweitertem funktionalen Modell

HANNOVER 1983

WISSENSCHAFTLICHE ARBEITEN DER FACHRICHTUNG
VERMESSUNGSWESEN DER UNIVERSITÄT HANNOVER

ISSN 0174-1454

Nr. 128

Lösung großer Gleichungssysteme
für photogrammetrische Blockausgleichungen
mit erweitertem funktionalen Modell

Vom Fachbereich Bauingenieur-und Vermessungswesen der Universität Hannover zur Erlangung des Grades

DOKTOR-INGENIEUR

genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Erwin Kruck

HANNOVER 1983

Referent: Prof. Dr.-Ing., Dr. h.c. G. Konecny

Koreferent: Prof. Dr.-Ing. H. Pelzer

Tag der Promotion: 14. November 1983

Inhaltsverzeichnis	Seite
1. Einführung	1
1.1 Die Entwicklung der Photogrammetrie und der Blockausgleichungen	1
1.2 Behandlung numerischer Fragen	2
1.3 Zielsetzung dieser Arbeit	2
2. Funktionales Modell und Berechnung der Unbekannten bei herkömmlichen Blockausgleichungen	3
2.1 Funktionales Modell der Bündelausgleichung	3
2.1.1 Kollinearitätsgleichungen	3
2.1.2 Zusätzliche Parameter	5
2.2 Ausgleichungsprinzip und Struktur der Normalgleichung	5
2.3 Lösung der Normalgleichung und Berechnung der Unbekannten	8
2.3.1 Boltz'sches Entwicklungsverfahren	8
2.3.2 Rekursive Partitionierung	11
2.3.3 Berechnung der Unbekannten	14
3. Erweitertes funktionales Modell für Blockausgleichungen	15
3.1 Kollinearitätsgleichungen für terrestrische Aufnahmeanordnung	15
3.2 Geodätische Beobachtungen im Objektraum	20
3.2.1 Koordinaten, Koordinatenunterschiede und Strecken (metrische Beobachtungen)	20
3.2.2 Azimute, Zenitdistanzen und Richtungssätze (goniometrische Beobachtungen)	21
3.3 Beobachtungen und Bedingungen der äußeren Orientierung	23
3.3.1 Zentrierung auf festem Standpunkt	23
3.3.2 Gemessene Orientierungswinkel	28
3.3.3 Stereoaufnahmebedingungen	29
3.3.4 Koordinatenunterschiede zwischen Aufnahmezentren	30
3.4 Daten der Kammerkalibrierung	31
4. Möglichkeiten zur Berechnung der Unbekannten im erweiterten Modell und theoretischer Vergleich der Methoden	32
4.1 Strukturen der Normalgleichungsmatrix	32
4.2 Möglichkeiten zur Lösung der Normalgleichung	34
4.2.1 Rekursive Partitionierung	35
4.2.2 Unterteilung in Submatrizen	36
4.2.3 Sparse-Matrizen	37
4.2.4 Einsatz der Profil Speichertechnik	38
4.2.5 Algorithmen zur Umsortierung	41
4.3 Neustrukturierte Normalgleichungsmatrix	44
4.3.1 Strukturen bei photogrammetrischen Beobachtungen	44
4.3.2 Strukturen bei zusätzlichen Beobachtungen	47
4.3.3 Theoretischer Aufwand zur Gleichungslösung und zur Inversion der Normalgleichungsmatrix	48
4.3.4 Verhalten bei Änderung der Unbekanntenanzahl oder der Struktur des Blockes	49
4.4 Theoretischer Vergleich der Lösungsmethoden	50

4.4.1	Fill-In bei der Matrizenzerlegung	50
4.4.2	Vergleich des Speicherplatzbedarfs und des Rechenaufwandes	52
4.4.3	Besondere Hardware-Aspekte	56
4.4.4	Zusammenfassende Beurteilung	57
5.	Entwicklung eines Programms zur Bündelausgleichung mit erweitertem funktionalen Modell	59
5.1	Anforderungen an das Programm	59
5.2	Rahmenbedingungen für die Programmentwicklung	60
5.3	Funktionen des Programms BINGO	62
5.3.1	Einlesen und Prüfen der Daten	62
5.3.2	Berechnung der Näherungswerte der Unbekannten	62
5.3.3	Numerierung der Unbekannten	63
5.3.4	Iterative Ausgleichung	64
5.3.5	Genauigkeit und Zuverlässigkeit	64
5.4	Strukturen des Programms BINGO	65
5.5	Aufbau, Auflösung und Inversion der Normalgleichungsmatrix	65
5.5.1	Blockeinteilung für die Cholesky-Zerlegung	65
5.5.2	Berechnung der Normalgleichungsmatrix	69
5.5.3	Cholesky-Zerlegung und Berechnung des Lösungsvektors	70
5.5.4	Inversion der Normalgleichungsmatrix	70
5.6	Berechnung der Verbesserungen und Data-Snooping	72
6.	Die neue Lösungsmethode in der praktischen Anwendung und im Vergleich	73
6.1	Vergleiche zwischen den Programmen BINGO und BLUHE	73
6.1.1	Block 'Hamburg Hauptbahnhof'	73
6.1.2	Block 'Jemijärvi'	75
6.1.3	Block 'Kühlturm Mülheim-Kärlich'	76
6.1.4	Block 'Bolivien'	81
6.1.5	Zusammenstellung und Bewertung der Ergebnisse	86
6.2	Anwendungsbeispiele mit zusätzlichen Beobachtungen	88
6.2.1	Block 'Hamburg Hauptbahnhof'	88
6.2.2	Block 'Kühlturm Mülheim-Kärlich'	91
6.3	Tests mit Vektorrechner	95
7.	Zusammenfassung	97
	Literatur	99
	Anhang	103
Anhang A	Numerische und graphische Darstellung der verwendeten zusätzlichen Parameter	104
Anhang B	Linearisierung der Kollinearitätsgleichungen für terrestrische Aufnahmeanordnung	109
Anhang C	Simulierte Beispiele eines photogrammetrischen Netzes mit zusätzlichen geodätischen Beobachtungen	114
Anhang D	Kennungen der Eingabesätze für das Programm BINGO	121

1. Einführung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit Bündelausgleichungen in der Nahbereichsphotogrammetrie und mit ihren spezifischen Problemen bei der Lösung und der Inversion der entstehenden Gleichungssysteme. Während die Verfahren der Gleichungsauflösung für standardmäßige Aerotriangulationen sicher nicht mehr wesentlich zu verbessern sind, sind sie für die anders strukturierten Gleichungssysteme in der Nahbereichsphotogrammetrie bisher kaum befriedigend gelöst. Dieser unterschiedliche Entwicklungsstand lässt sich aus der geschichtlichen Entwicklung erklären.

1.1 Die Entwicklung der Photogrammetrie und der Blockausgleichungen

Die Photogrammetrie wurde in Deutschland erstmals 1858 von dem Architekten A. Meydenbauer zum Vermessen von Gebäuden eingesetzt. Er entwickelte Aufnahmekammern und -verfahren und gründete später eine Messbild Anstalt in Berlin. Etwa zur gleichen Zeit (1859) wurden in Frankreich von dem Phototechniker A. Laussedat erste Messbilder für topographische Zwecke aus der Luft aufgenommen.

Als Offizier und später Professor für angewandte Geometrie in Paris gilt er als Begründer der Photogrammetrie /Meyers 1976/.

In den USA wurden 1862 erste Luftaufnahmen für topographische Zwecke von der Armee durchgeführt. Die Auswertungen erfolgten durch Ausmessen von Einzelbildern und graphisches Vorwärtseinschneiden oder durch rein graphische Methoden. Wegen der Probleme der Punktidentifizierung und der zeitaufwendigen Auswertearbeiten blieben die Anwendungen begrenzt /Rüger 1978/.

Die Einführung des stereoskopischen Messprinzips durch Pulfrich (1901), die Entwicklung des Flugwesens und insbesondere das militärische Interesse an Luftbildern begünstigten die Weiterentwicklung der Photogrammetrie. In den Jahren nach dem Ersten Weltkrieg wurden zur Herstellung topographischer Karten hochpräzise Aufnahmekammern und analoge Auswertegeräte sowie photogrammetrische Verfahren entwickelt und mit der Zeit verfeinert. Die Methoden der Luftbildphotogrammetrie reiften zu Standardverfahren heran. Die terrestrischen Anwendungen hingegen ließen sich kaum standardisieren, da fast bei jedem neuen Objekt andere Rahmenbedingungen gegeben sind. Außerdem fehlten finanzstarke Interessenten und so ging die Entwicklung in diesem Bereich nur langsam voran.

Im Jahre 1935 begann K. Zuse mit der Entwicklung von Rechenautomaten und stellte 1941 den ersten programmgesteuerten elektronischen Rechner vor. 1948 legte John von Neumann ein 8-Punkte-Konzept zum Aufbau von Universalrechnern vor. Die rasante Entwicklung und Verbreitung der Datenverarbeitungsanlagen begann jedoch erst Ende der fünfziger Jahre mit der Erfindung der Transistoren und der integrierten Schaltungen.

Die neuen Möglichkeiten der Datenverarbeitung wurden von Anfang an in allen Bereichen der Wissenschaft und Technik schnell angenommen. Es wurden nicht nur bestehende Problemlösungen zur schnelleren Berechnung auf Computer übertragen, es entstanden völlig neue Arbeitsmöglichkeiten. Im Bereich der Photogrammetrie wurden die analytischen Methoden entwickelt. Einen Überblick über den damaligen Stand gibt z.B. F. Ackermann /1963/. Die neueren Entwicklungen sind unter anderem von H. Meixner /1975/ und K. Haag /1977/ dargestellt. Da die Auswertung von Luftbildern zur Kartenherstellung bereits einen festen Platz in der Praxis

hatte, waren die Verfahrens- und Programmentwicklungen der Blockausgleichung auf Luftbildblöcke abgestimmt, da hier die größten zeitlichen und finanziellen Einsparungen bei der Paßpunktbestimmung zu erwarten waren.

Erst langsam wurden die neuen Möglichkeiten der Datenverarbeitung auch zu komplexen Lösungen im Bereich der Nahbereichsphotogrammetrie genutzt. Durch eine stärkere Nachfrage aus der Industrie gewinnt besonders die Ingenieurphotogrammetrie heute an Bedeutung.

1.2 Behandlung numerischer Fragen

Die analytische Behandlung von Blockausgleichungen beinhaltet stets die Lösung eines Gleichungssystems, die nur bei kleinen Blöcken mit einfachen Mitteln möglich ist. Dieses ist jedoch kein spezielles photogrammetrisches Problem, sondern tritt in sehr vielen technischen Bereichen auf. Aus der Literatur sind verschiedene Aspekte wie Lösungsansätze und -Strategien, Speicherbedarf und Speichertechnik, Rechenaufwand, Rechenschärfe, Kondition, Eigenwertberechnung, Umsortierung u.a.m. bekannt. Sie ist so umfangreich, dass es kaum möglich scheint, sich einen Überblick zu verschaffen. Auch in der photogrammetrischen und in der allgemeinen geodätischen Literatur werden diese Fragen ausführlich behandelt /z.B. G. Schmitt 1973, B. Wrobel 1974, K. Haag 1977, F. Steidler 1980/.

1.3 Zielsetzung dieser Arbeit

In der vorliegenden Arbeit wird eine neue Methode zur Lösung großer Normalgleichungssysteme in der Photogrammetrie vorgestellt, die speziell für Bündelausgleichungen mit erweitertem funktionalen Modell entwickelt wurde. Sie ist grundsätzlich aber für alle Blockausgleichungen anwendbar. Ein besonderer Vorzug dieser neuen Methode liegt in der Unabhängigkeit des Lösungsalgorithmus vom funktionalen Modell und den sich ergebenden Matrizenstrukturen.

Der Aufbau der Modellmatrix, die Berechnung der Normalgleichung und die Lösung des Systems sind streng voneinander getrennt. Der Lösungsalgorithmus ist geeignet, jedes symmetrische lineare Gleichungssystem beliebiger Struktur zu lösen und zu invertieren. Es wird gezeigt, dass durch die neue Methode Normalgleichungsmatrizen entstehen, deren Strukturen der jeweiligen Aufgabe sehr gut angepasst sind.

Durch einen Vergleich mit anderen in der Photogrammetrie bereits bewährten Lösungsmethoden wird die Leistungsfähigkeit dieser Methode in Bezug auf Rechen- und Speicheraufwand sowie auf ihre Flexibilität und Universalität theoretisch und praktisch untersucht. Dabei werden auch Aspekte neuer Rechnerarchitekturen (Arrayprozessoren) berücksichtigt. Auch auf Möglichkeiten zur Suche nach groben Datenfehlern wird eingegangen.

Bei der genannten Zielsetzung ist es nicht erforderlich, auf Fragen der Kondition oder der Auflösungsgenauigkeit einzugehen, da hier der Cholesky-Algorithmus angewandt wird, dessen Eigenschaften bekannt sind /G. Schmitt 1973/.

2. Funktionales Modell und Berechnung der Unbekannten bei herkömmlichen Blockausgleichungen

Zur Darstellung der Probleme bei der Lösung der Ausgleichungsaufgabe bei photogrammetrischen Blöcken mit erweitertem funktionalem Modell soll zunächst auf bewährte Lösungsalgorithmen für die Blockausgleichung eingegangen werden. Obwohl diese Ansätze allgemein gelten, werden hier nur Bündellösungen betrachtet, die heute wegen ihrer höheren Genauigkeit die Modellausgleichungsprogramme weitgehend abgelöst haben. Die Entwicklung der Bündelausgleichung geht hauptsächlich auf H. Schmid /1953, 1956 - 57, 1958 - 59/ und D. C. Brown /1958, 1964/ zurück.

2.1 Funktionales Modell der Bündelausgleichung

Ein photogrammetrisches Messbild ist die zentralperspektivische Abbildung des aufgenommenen Objektbereichs. Die mathematischen Gleichungen dieser Abbildungsart bilden daher die Grundlage für die Bündelausgleichung. Es sind jedoch kleine Korrekturen an diesem Modell erforderlich, da der optische Strahlenweg aufgrund von Refraktionseinflüssen nicht geradlinig verläuft und das Objektiv nicht völlig verzeichnungsfrei abbildet. In der Praxis werden daher zusätzliche Parameter in die Bündelausgleichung einbezogen, die diese systematischen Effekte beseitigen sollen /D. C. Brown 1975, A. Grün 1976, K. Jacobsen 1980, M. Schilcher 1980/. Weitere Korrekturen sind z. B. erforderlich, um die Erdkrümmung und die Abbildungsverzerrungen der Koordinatensysteme zu berücksichtigen /J. Alberts 1966, S. Wang 1980/. Diese Größen lassen sich auch durch zusätzliche Parameter erfassen.

2.1.1 Kollinearitätsgleichungen

Die Abbildung einer Geländeoberfläche in ein Luftbild wird durch die bekannte Gleichung der perspektivischen Abbildung - oder auch Kollinearitätsgleichung - dargestellt:

$$\mathbf{X} - \mathbf{X}_0 = \lambda \mathbf{R}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}_H')$$
(2.1)

Darin sind:

- $\mathbf{X}$: die Grundkoordinaten eines Objektpunktes
- $\mathbf{X}_0$: die Koordinaten des Projektzentrums
- λ : ein Maßstabsfaktor, der für jeden Punkt anders ist
- $\mathbf{R}$: eine orthogonale Rotationsmatrix
- $\mathbf{x}'$: die Bildkoordinaten des abgebildeten Punktes
- $\mathbf{x}_H'$: die Ablage des Bildhauptpunktes vom Schnittpunkt der Rahmenmarkenverbindungslinien

Die Matrix $\mathbf{R}$ wird durch die drei Drehwinkel φ , ω und κ , beschrieben. Der Vektor $\mathbf{X}_0$ und die Drehwinkel φ , ω , κ sind dann die Orientierungsparameter des Luftbildes. Der Vektor $\mathbf{x}' = (x', y', -c)$ enthält als feste Komponente die Kammerkonstante c . Die Kollinearitätsgleichung beschreibt damit die - auch bei bekannter Orientierung - nicht umkehrbare Überführung eines

dreidimensionalen Raumes in einen zweidimensionalen Raum.

Koordinaten von Objektpunkten können daher nur bestimmt werden, wenn die Punkte in mindestens zwei räumlich getrennten Bildern erfasst sind. Zur gemeinsamen Bestimmung von Objektpunkten und Orientierungsparametern eines Bildverbandes in einer Bündelausgleichung wird (2.1) umgeformt zu

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x}_H' + \frac{1}{\lambda} \mathbf{R}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) \quad (2.2)$$

Mit

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_\varphi \mathbf{R}_\omega \mathbf{R}_\kappa = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{vmatrix} \quad (2.3 \text{ a})$$

Darin ist

$$\begin{aligned} r_{11} &= \cos \varphi \cos \kappa + \sin \varphi \sin \omega \sin \kappa \\ r_{21} &= \cos \omega \sin \kappa \\ r_{31} &= -\sin \varphi \cos \kappa + \cos \varphi \sin \omega \sin \kappa \\ r_{12} &= -\cos \varphi \sin \kappa + \sin \varphi \sin \omega \cos \kappa \\ r_{22} &= \cos \omega \cos \kappa \\ r_{32} &= \sin \varphi \sin \kappa + \cos \varphi \sin \omega \cos \kappa \\ r_{13} &= \sin \varphi \cos \omega \\ r_{23} &= -\sin \omega \\ r_{33} &= \cos \varphi \cos \omega \end{aligned} \quad (2.3 \text{ b})$$

Eingesetzt in (2.2) erhält man nach Eliminieren von λ :

$$x' = x'_H - c \cdot \frac{(X - X_0) r_{11} + (Y - Y_0) r_{21} + (Z - Z_0) r_{31}}{(X - X_0) r_{13} + (Y - Y_0) r_{23} + (Z - Z_0) r_{33}} \quad (2.4 \text{ a})$$

$$y' = y'_H - c \cdot \frac{(X - X_0) r_{12} + (Y - Y_0) r_{22} + (Z - Z_0) r_{32}}{(X - X_0) r_{13} + (Y - Y_0) r_{23} + (Z - Z_0) r_{33}} \quad (2.4 \text{ b})$$

Diese Gleichungen erlauben keine direkte Berechnung der unbekannten Bild- und Punktparameter. Ihre Bestimmung erfolgt durch eine iterative Ausgleichung, wobei die Anzahl der notwendigen Durchgänge wesentlich von der Qualität der Näherungswerte abhängt.

Durch Entwicklung von (2.4) in eine Taylorreihe erhält man die für die Ausgleichung notwendigen Koeffizienten der Modellmatrix **A**. Die linearisierte Form ist hier nicht von Bedeutung, daher wird auf die Literatur verwiesen /z. B. Jordan, Eggert, Kneissl 1972, § 5/.

Passpunkte zur Festlegung des Datums und zur Festigung des Blockes können als gewichtete Beobachtungen in die Modellmatrix eingeführt werden. Eine andere Möglichkeit besteht darin, die entsprechenden Koordinaten fest anzunehmen und nicht als Unbekannte in die Ausgleichung einzuführen. Beide Methoden haben ihre Vorteile, wie später gezeigt werden wird.

2.1.2 Zusätzliche Parameter

Während radiale Verzeichnungen und affine Bildverzerrungen nach Möglichkeit vor der Ausgleichung berücksichtigt werden sollten, können andere systematische Bildfehler nur direkt in der Ausgleichung eliminiert werden. Dazu führt man Ansätze mit einer mehr oder weniger großen Anzahl von zusätzlichen Unbekannten in die Ausgleichung ein. Durch statistische Tests kann ihre Notwendigkeit überprüft werden /W. Förstner 1980, K. Jacobsen 1982/. Nach Untersuchungen von Jacobsen /1980/ ist der in Anhang A angegebene Ansatz mit 24 Parametern notwendig und ausreichend, um auch kleinere systematische Bildfehler zu erfassen.

Diese systematischen Bildfehler dürfen auf keinen Fall unberücksichtigt bleiben, da sonst das stochastische Modell verfälscht wird, welches eine Normalverteilung der Residuen der Bildmessungen voraussetzt. Abweichungen von dieser Normalverteilung können die Koordinaten der ausgeglichenen Objektpunkte erheblich verändern, ohne dass dies durch die zugehörige Standardabweichung zum Ausdruck käme.

2.2 Ausgleichungsprinzip und Struktur der Normalgleichung

Die Auswertungen photogrammetrischer Bildverbände sind stets so geplant, dass die Anzahl der Bildkoordinatenmessungen größer ist als die Anzahl der Unbekannten. Die Lösung dieser überbestimmten Systeme erfolgt durch Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Da dieses Ausgleichungsprinzip nicht das Auftreten von groben Fehlern berücksichtigt, kann es in einigen Fällen schwierig sein, kleinere grobe Fehler aufzudecken. Es wurde daher bereits die "Götterdämmerung" über die Methode der kleinsten Quadrate heraufbeschworen /T. Krarup 1980/; eine voll befriedigende Alternative konnte jedoch bisher nicht angeboten werden, zumal dieser Ausgleichungsansatz nach Beseitigung der groben Fehler statistisch gesehen einwandfrei ist. Der bekannte Ausgleichungsansatz verlangt den Aufbau der Normalgleichung (2.8). Die Gewichtsmatrix **P** wird dabei als Diagonale angenommen, da Informationen über Korrelationen der Beobachtungen nicht vorliegen.

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{l} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{l} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{N} \mathbf{x} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{Q}_{xx} = \mathbf{N}^{-1} \quad (2.9)$$

v	Vektor der Residuen
A	Koeffizientenmatrix (Modellmatrix)
x	Vektor der Unbekanntenzuschläge
l	Vektor der gekürzten Beobachtungen
N	Normalgleichungsmatrix
r	rechte Seite der Normalgleichung
Q_{xx}	Kofaktorenmatrix der Unbekannten
P	Gewichtsmatrix (hier Diagonale)

Abb. 2.1 zeigt ein Aufnahmebeispiel, auf das bei den folgenden Ausführungen Bezug genommen werden soll. Die Numerierung der Bilder und der Punkte erfolgte dabei quer zur größten Blockausdehnung, wobei als Block in diesem Sinne die von allen Bildern insgesamt überdeckte Fläche anzusehen ist.

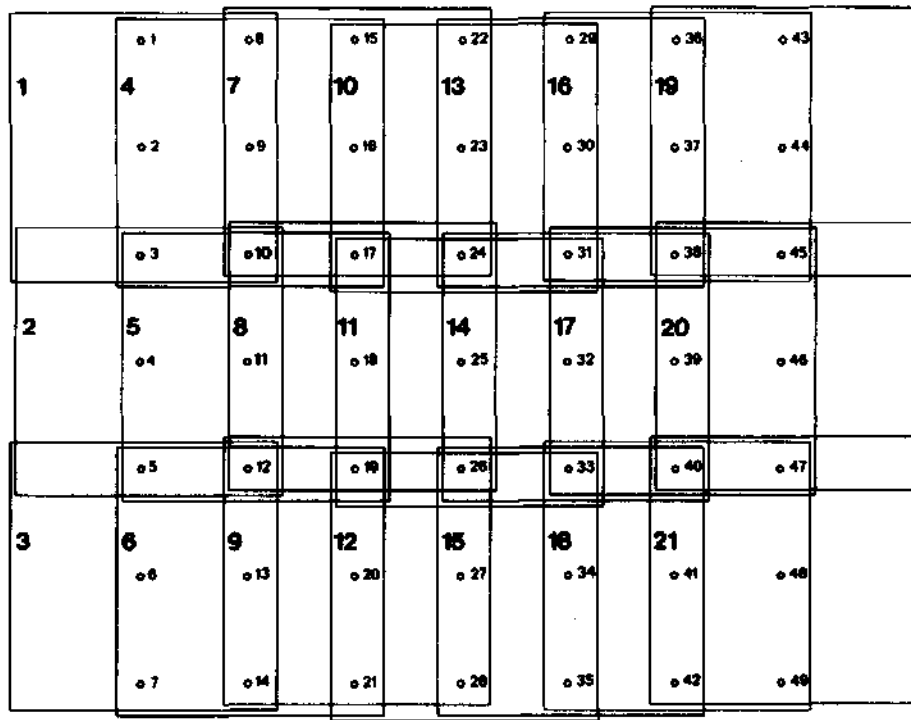


Abb. 2.1: Beispiel für einen Bildverband

Abb. 2.2 zeigt die Struktur der Normalgleichungsmatrix, die sich unter Berücksichtigung zusätzlicher Parameter ergibt. Typisch sind die Bandstrukturen im oberen rechten Teil der Normalgleichungsmatrix, die bei breiteren Bildverbänden deutlich auseinanderdrücken. Ausführliche Darstellungen der Systeme findet man u. a. bei J. Müller /1968/ und J. R. Lucas /1981/. Jeder Subblock in Abb. 2.2 enthält 3x3, 3x6 oder 6x6 Elemente.

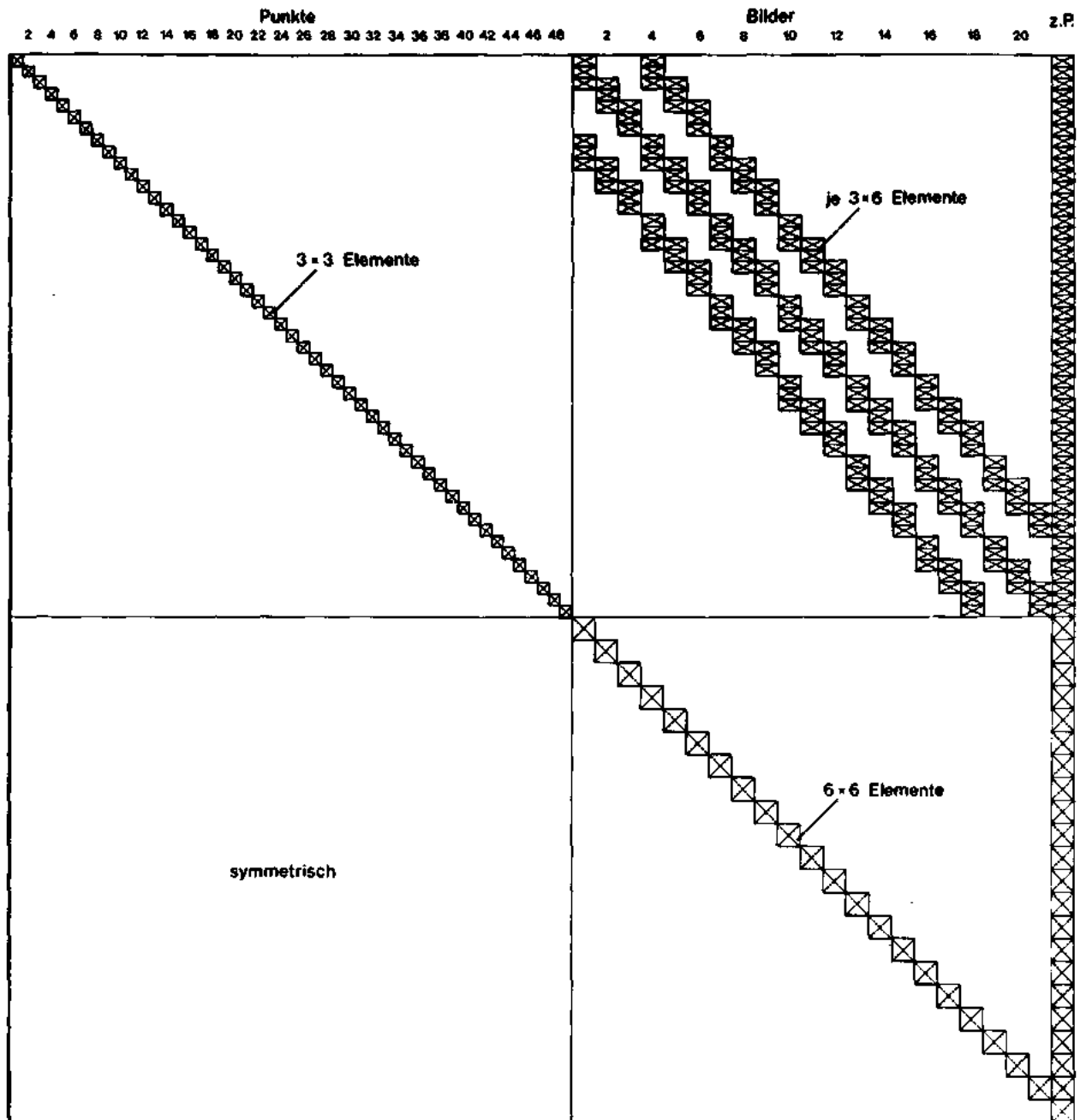


Abb. 2.2: Struktur der Normalgleichungsmatrix

2.3 Lösung der Normalgleichung und Berechnung der Unbekannten

Bei einer größeren Anzahl von Unbekannten nehmen Speicheraufwand und Rechenzeit rasch Größen an, die auch an die heutigen Großrechner extreme Anforderungen stellen. Eine Matrix mit 200 Unbekannten hat 40 000 Elemente und kann mit 2,7 Mio. Multiplikationen gelöst werden. Eine schnelle Rechenanlage benötigt - je nach Leistungsfähigkeit - dafür etwa 1-5 Sekunden. Eine Matrix mit 2 000 Unbekannten hat bereits 4 Mio. Elemente und es sind 2 667 Mio. Multiplikationen bzw. 15 - 80 Minuten Rechenzeit zur Lösung erforderlich. Daher werden die Symmetrieeigenschaft, die regelmäßige Struktur und die schwache Besetzung der Normalgleichungsmatrix zur Entwicklung von Algorithmen ausgenutzt, die Speicherplatzbedarf und Rechenzeit klein halten.

2.3.1 Boltz'sches Entwicklungsverfahren

Beim Boltz'schen Entwicklungsverfahren wird das Gleichungssystem in Submatrizen aufgeteilt, wie Abb. 2.3 zeigt.

$$\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} = N_{12}^T & N_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

Abb. 2.3: Unterteiltes Normalgleichungssystem

Ein Teil der Unbekannten kann jetzt eliminiert werden. In der Praxis wählt man dabei stets den größeren Block N_{11} mit den Punkunbekannten. Aus Abb. 2.3 ist abzulesen:

$$n_1 = N_{11} x_1 + N_{12} x_2 \quad (2.10)$$

$$n_2 = N_{21} x_1 + N_{22} x_2 \quad (2.11)$$

Wegen der Symmetrie von N geht (2.11) über in

$$n_2 = N_{12}^T x_1 + N_{22} x_2 \quad (2.12)$$

Wird (2.10) nach x aufgelöst und in (2.12) eingesetzt, so erhält man

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{N}_{11}^{-1} (\mathbf{n}_1 - \mathbf{N}_{12} \mathbf{x}_2) \quad (2.13)$$

$$\mathbf{n}_2 = \mathbf{N}_{12}^T \mathbf{N}_{11}^{-1} (\mathbf{n}_1 - \mathbf{N}_{12} \mathbf{x}_2) + \mathbf{N}_{22} \mathbf{x}_2 \quad (2.14)$$

Löst man nun (2.14) nach $\mathbf{x}_2$ auf, so folgt:

$$\mathbf{x}_2 = \underbrace{(\mathbf{N}_{22} - \mathbf{N}_{12}^T \mathbf{N}_{11}^{-1} \mathbf{N}_{12})^{-1}}_{\mathbf{M}^{-1}} \underbrace{(\mathbf{n}_2 - \mathbf{N}_{12}^T \mathbf{N}_{11}^{-1} \mathbf{n}_1)}_{\mathbf{m}} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{x}_2 = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{m} \quad (2.16)$$

(2.16) wird als teilreduziertes Normalgleichungssystem bezeichnet. Bedenkt man, dass $\mathbf{N}_{22}$ nur mit Submatrizen der Größe 3x3 auf der Diagonalen besetzt ist, lässt sich daraus ein günstiger Rechenweg zur Aufstellung von $\mathbf{M}$ entwickeln. Dazu werden vor der Ausgleichung die Bildmessungen so sortiert, dass die für einen Punkt gemessenen Bildkoordinaten in allen Bildern gleichzeitig verfügbar sind. Pro Punkt wird dann folgendermaßen verfahren:

Die sich aus den Bildmessungen ergebenden Anteile zur Normalgleichungsmatrix werden berechnet. Die Beiträge zu $\mathbf{M}$ aus $\mathbf{N}_{22}$ können sofort in $\mathbf{M}$ aufaddiert werden. Anschließend wird das Produkt $\mathbf{N}_{12}^T \mathbf{N}_{11}^{-1} \mathbf{N}_{12}$ für diesen Punkt berechnet und von $\mathbf{M}$ subtrahiert. Dabei entstehen in $\mathbf{M}$ Submatrizen der Größe 6x6 außerhalb der Diagonalen.

Abb. 2.4 zeigt alle an diesem Reduktionsschritt beteiligten Elemente für den Punkt 12. Die teilreduzierte Normalgleichungsmatrix $\mathbf{M}$ wird also direkt aufgestellt, ohne dass $\mathbf{N}_{11}$ oder $\mathbf{N}_{12}$ vorher komplett bekannt sein müssten.

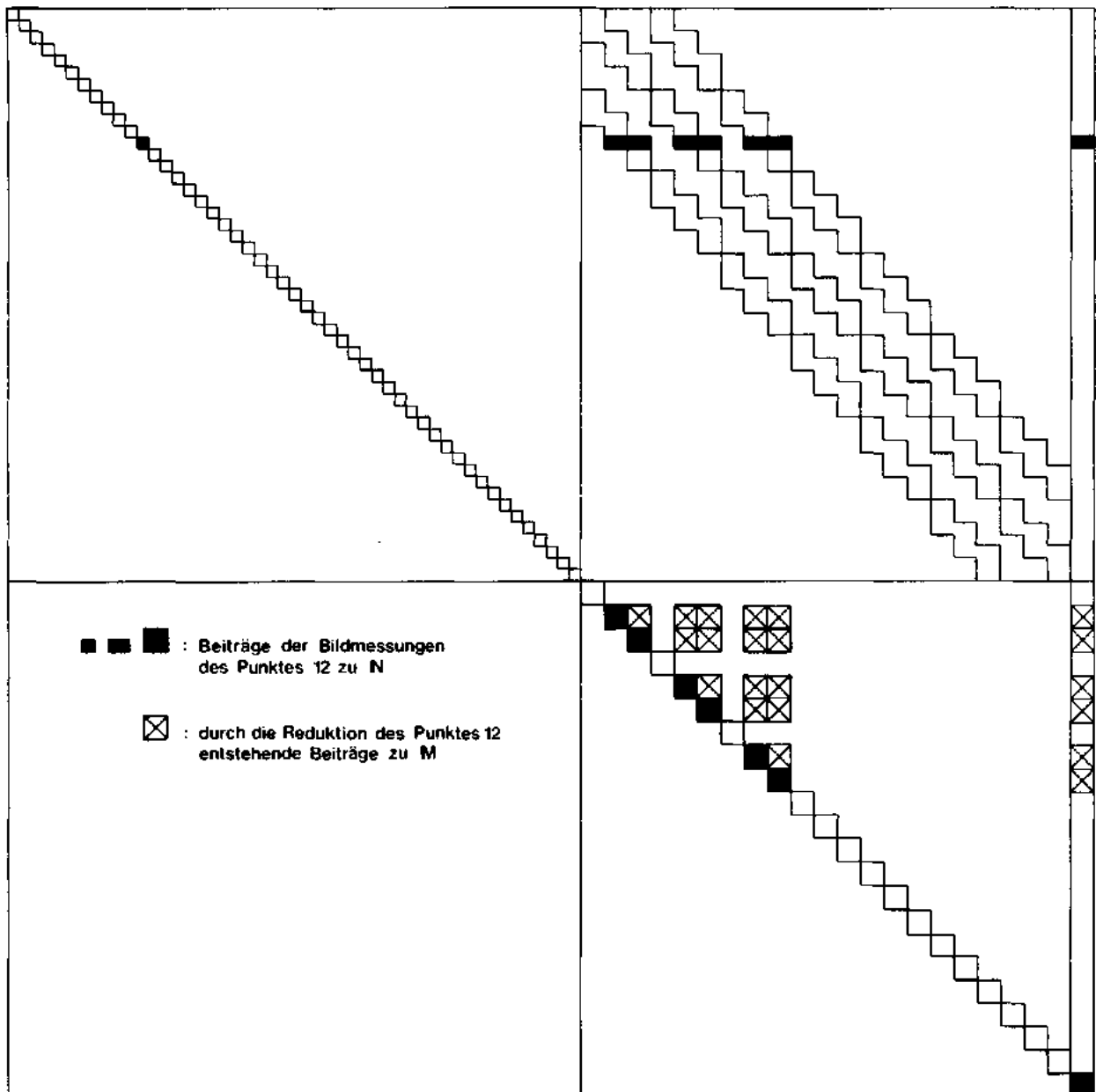


Abb. 2.4: Beteiligte Elemente beim Reduzieren des Punktes 12

Der Vektor $\mathbf{m}$ kann als zusätzliche Spalte an $\mathbf{M}$ angehängt und mit reduziert werden. Wenn alle Punkte verarbeitet worden sind, erhält $\mathbf{M}$ die in Abb. 2.5 dargestellte Struktur.

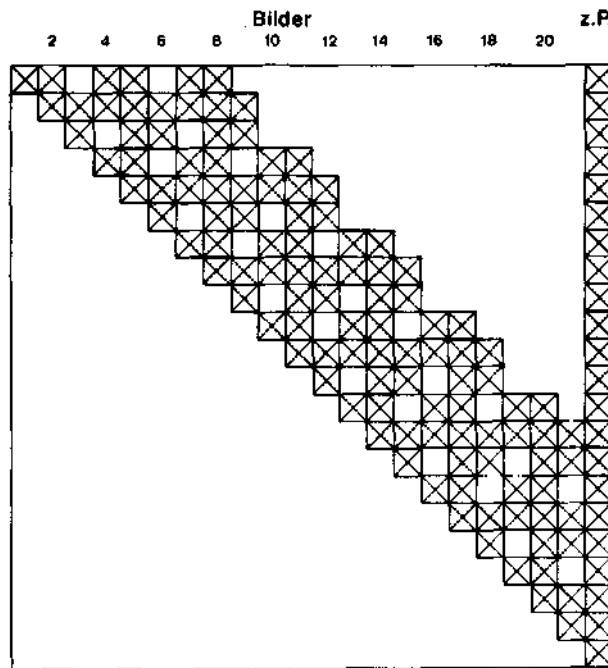


Abb. 2.5: Struktur der teilreduzierten Normalgleichungsmatrix $\mathbf{M}$

Bei großen Blöcken nimmt $\mathbf{M}$ die Gestalt eines mit Lücken versehenen geränderten Bandes an. Siehe z.B. /D.C. Brown 1968/. Dieses Band sollte möglichst schmal sein, da die Rechenzeit zur Lösung der Gleichung proportional zum Quadrat der Bandbreite ist. Die Numerierung der Bilder im Block ist daher eine wichtige Optimierungsaufgabe /B. Wrobel 1977/.

Die Lösung der Gleichung (2.16) kann z.B. mit einem Gauß-Algorithmus für geränderte Bänder erfolgen. Es ist aber auch möglich, die rekursive Partitionierung einzusetzen.

2.3.2 Rekursive Partitionierung

Die rekursive Partitionierung ist eine Methode zur gleichzeitigen Aufstellung und Reduktion von linearen Gleichungssystemen mit bandförmiger Koeffizientenmatrix. Es handelt sich dabei im Prinzip um eine Cholesky-Zerlegung, die jedoch so umgestellt ist, dass eine Zeile der Matrix sofort reduziert werden kann, wenn sie komplett aufgestellt ist. Die Durchführung dieses Verfahrens ist möglich, da sowohl bei der Aufstellung der Matrix als auch bei der Elimination einer Zeile die nachfolgenden Elemente nur additiv zu modifizieren sind. Die Addition ist auch für Matrizen kommutativ, so dass diese Methode auch auf Submatrizen angewendet werden kann /D.C. Brown 1958, H.R. Schwarz 1980/. Für die Gleichung (2.17) z.B. erfolgt die Auflösung in drei Reduktionsschritten, wobei für jede erfolgte Reduktion ein Apostroph an die Matrix bzw. den Vektor angehängt wird.

$$\begin{vmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} N_{11} & N_{12} & 0 \\ & N_{22} & N_{23} \\ & & N_{33} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} \quad (2.17)$$

Erster Reduktionsschritt:

$$\begin{aligned} N_{11}' &= N_{11}^{-1} \\ N_{12}' &= N_{11}' \cdot N_{12} & ; & \quad n_1' = N_{11}' \cdot n_1 \\ N_{22}' &= N_{22} - N_{12}^T N_{12}' & ; & \quad n_2' = n_2 - N_{12}^T n_1' \end{aligned} \quad (2.18)$$

Zweiter Reduktionsschritt:

$$\begin{aligned} N_{22}'' &= N_{22}'^{-1} \\ N_{23}' &= N_{22}'' N_{23} & ; & \quad n_2'' = N_{22}'' n_1' \\ N_{33}' &= N_{33} - N_{23}^T \cdot N_{23}' & ; & \quad n_3' = n_3 - N_{23}^T n_2'' \end{aligned} \quad (2.19)$$

Dritter Reduktionsschritt:

$$N_{33}'' = N_{33}'^{-1} \quad ; \quad n_3'' = N_{33}'' n_3' \quad (2.20)$$

Die rechte Seite der Gleichung wird laufend mitreduziert. Den Lösungsvektor erhält man durch Rückwärtssubstitution aus:

$$\begin{aligned} x_3 &= n_3'' \\ x_2 &= n_2'' - N_{23}' x_3 \\ x_1 &= n_1' - N_{12}' x_2 \end{aligned} \quad (2.21)$$

Diese Methode kann für beliebig kleine Submatrizen angewendet werden, so dass nie die Inversion einer größeren Teilmatrix erforderlich wird. Eine Zeile kann jeweils reduziert werden, sobald sie fertig aufgestellt ist. Vor dem in Abb. 2.4 dargestellten Reduktionsschritt für den Punkt 12 könnten die Unbekannten des Bildes I also bereits reduziert werden, da keine der nachfolgenden Bildmessungen noch einen Beitrag zu Bild I liefert. Als Speicherraum muss der in Abb. 2.6 stark umrandete Bereich im Kernspeicher bereitstehen. Dieses 'Fenster' wird beim Reduzieren langsam weiter nach unten rechts verschoben. Für die Rückwärtssubstitution erfolgt eine Speicherung der reduzierten Zeilen auf einem externen Speichermedium.

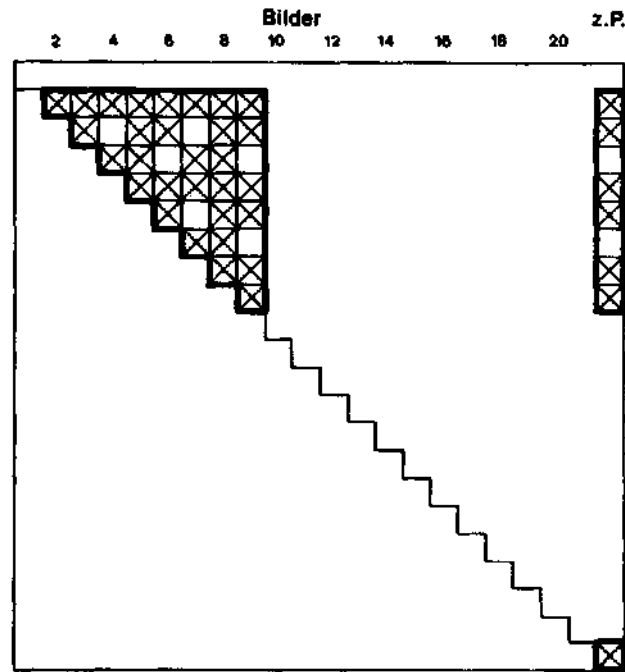


Abb. 2.6: Speicherbedarf für die Matrix M

Zur Einsparung von Speicherraum und zur Vermeidung von Nulloperationen ist es sinnvoll, mit Submatrizen der Größe 6×6 zu arbeiten und diese über ein Indexfeld zu verwalten. Die Submatrizen können auch größer sein und $(6 \cdot n)^2$ Elemente enthalten, wobei n eine beliebige ganze Zahl ist.

Submatrizen unterhalb der Diagonalen werden grundsätzlich nicht mit bearbeitet.

Wegen der besonderen Strukturen photogrammetrischer Normalgleichungssysteme kann diese Methode auch direkt auf die ursprüngliche Normalgleichung (2.8) angewendet werden. Da $\mathbf{N}_{22}$ (Abb. 2.3) nur auf der Diagonalen mit Submatrizen besetzt ist, kann der erste Reduktionsschritt in gleicher Weise erfolgen wie bei dem Boltz'schen Entwicklungsverfahren: Die Reduktion kann für jeden Punkt einzeln vorgenommen werden, da die drei Zeilen eines Punktes keinen Einfluss auf die Reduktion der Zeilen aller anderen Punkte haben. Die Struktur von $\mathbf{N}_{12}$ bleibt somit erhalten. Der Rechenaufwand für das Aufstellen der teilreduzierten Normalgleichung, der die Anzahl der erforderlichen Multiplikationen angibt, beträgt bei dieser Methode

$$a_a = \frac{n \cdot (v \cdot 6)^2}{2}, \quad (2.22)$$

wobei v eine mittlere Verknüpfungszahl ist, die angibt, in wie vielen Bildern ein Punkt durchschnittlich angemessen wurde, n stellt dann die Anzahl der zu reduzierenden Zeilen dar, ist also dreimal so groß wie die Anzahl der Punkte im Block. Für die Zerlegung der entstandenen Bandmatrix kann der Rechenaufwand für kleine Bandbreiten b mit abgeschätzt werden, wobei u

$$a_b = \frac{u \cdot b^2}{2} \quad (2.23)$$

die Anzahl der Unbekannten der teilreduzierten Normalgleichung ist /A. Björck u. G. Dahlquist 1972/.

Da sich die rekursive Partitionierung vom Boltz'schen Entwicklungsverfahren bei Anwendung auf

photogrammetrische Normalgleichungen nur unwesentlich unterscheidet, kann auf eine differenzierte Betrachtung beider Methoden verzichtet werden, über den praktischen Einsatz der rekursiven Partitionierung zur Lösung von Blockausgleichungen wird jedoch in der Literatur öfter berichtet. Daher wird im Folgenden darauf verzichtet, das Boltz'sche Entwicklungsverfahren zu beschreiben. Alle Aussagen über die rekursive Partitionierung sind jedoch für dieses Verfahren ebenso gültig.

2.3.3 Berechnung der Unbekannten

Die Berechnung der Unbekannten erfolgt nach (2.16) und (2.13) bzw. nach (2.21). Sind alle Unbekannten bestimmt, schlägt man sie den Näherungswerten zu und die nächste Iteration kann starten.

Die Passpunkte können auf verschiedene Weise in die Ausgleichung eingeführt werden. Behandelt man sie als Festpunkte und nicht als Unbekannte, so muss nur der in Abb. 2.3 mit $\mathbf{x}_2$ bezeichnete Teil des Lösungsvektors direkt berechnet werden. Dieser Weg ist sinnvoll, wenn die Genauigkeit der Passpunkte besser ist als die der Punktbestimmung durch die Blockausgleichung. Andernfalls wird der Bündelblock deformiert. Die ausgeglichenen Koordinaten der Objektpunkte lassen sich dann in der nächsten Iteration durch Vorwärtsschnitt berechnen, wenn ohnehin die gemessenen Bildkoordinaten wieder in den Kernspeicher eingelesen werden müssen. Daraus ergibt sich zwar kaum ein Rechenzeitvorteil, aber die Speicherung der Matrix $\mathbf{N}_{12}$ kann entfallen. Somit reduzieren sich die Dateizugriffe. Diese Lösungsmethode wird in BLUH (Hannoversches Programmsystem für die Bündelblockausgleichung) verwendet.

3. Erweitertes funktionales Modell für Blockausgleichungen

Besonders in der Nahbereichsphotogrammetrie besteht oft der Wunsch, photogrammetrische und geodätische Messinformationen in einem gemeinsamen Prozess auszugleichen, da hier das Genauigkeitsverhältnis zwischen geodätischen und photogrammetrischen Messungen sich von der Situation in der topographischen Aerophotogrammetrie unterscheidet. Während in der kleinmaßstäbigen Photogrammetrie Passpunktfehler von einigen cm oder dm - je nach Bildmaßstab - gar nicht zu bemerken sind, werden in der Nahbereichsphotogrammetrie die geodätischen Beobachtungen oft von den photogrammetrischen kontrolliert. Auf diese Problematik ist bis heute bereits bei verschiedenen Programmentwicklungen eingegangen worden /P. Schuhr 1977, G. Hell 1979, D. C. Brown 1982, H. Fuchs und F. Leberl 1982, R. Larsson 1982/.

Zunächst ist das funktionale Modell für den erweiterten Ausgleichungsansatz aufzustellen. Neben den Kollinearitätsgleichungen für Luftbilder und terrestrische Aufnahmen sollen geodätische Strecken- und Winkelmessungen, bekannte Orientierungen sowie Kalibrierungsinformationen berücksichtigt werden. Das Modell soll flexibel und universell sein; Spezialansätze für bestimmte Objekttypen werden nicht aufgenommen.

3.1 Kollinearitätsgleichungen für terrestrische Aufnahmeanordnung

In der terrestrischen Photogrammetrie arbeitet man überwiegend mit horizontaler Aufnahmerichtung. Das macht einen veränderten Ansatz der Kollinearitätsgleichung erforderlich. Dabei sind bestimmte Forderungen bei der Wahl der Drehwinkel zu erfüllen, damit später die Winkel der äußeren Orientierung mit eventuell geodätisch bestimmten Orientierungswinkeln verknüpfbar sind.

Wichtig ist dabei insbesondere, dass es sich um mitgedrehte Achsen in der Drehreihenfolge $\varphi \rightarrow \omega \rightarrow \kappa$ handelt, wie später gezeigt werden wird. Es sollen Eulersche Drehwinkel definiert werden, d. h.: Die positive Drehung erfolgt gegen den Uhrzeigersinn bei Blick aus der positiven Richtung der Drehachsen.

Die Abbildung des Objektraumes in den Bildraum wird durch folgende Gleichung beschrieben (siehe auch (2.1)):

$$\mathbf{X} - \mathbf{X}_0 = \lambda \mathbf{R} (\mathbf{x}' - \mathbf{x}_H')$$
(3.1)

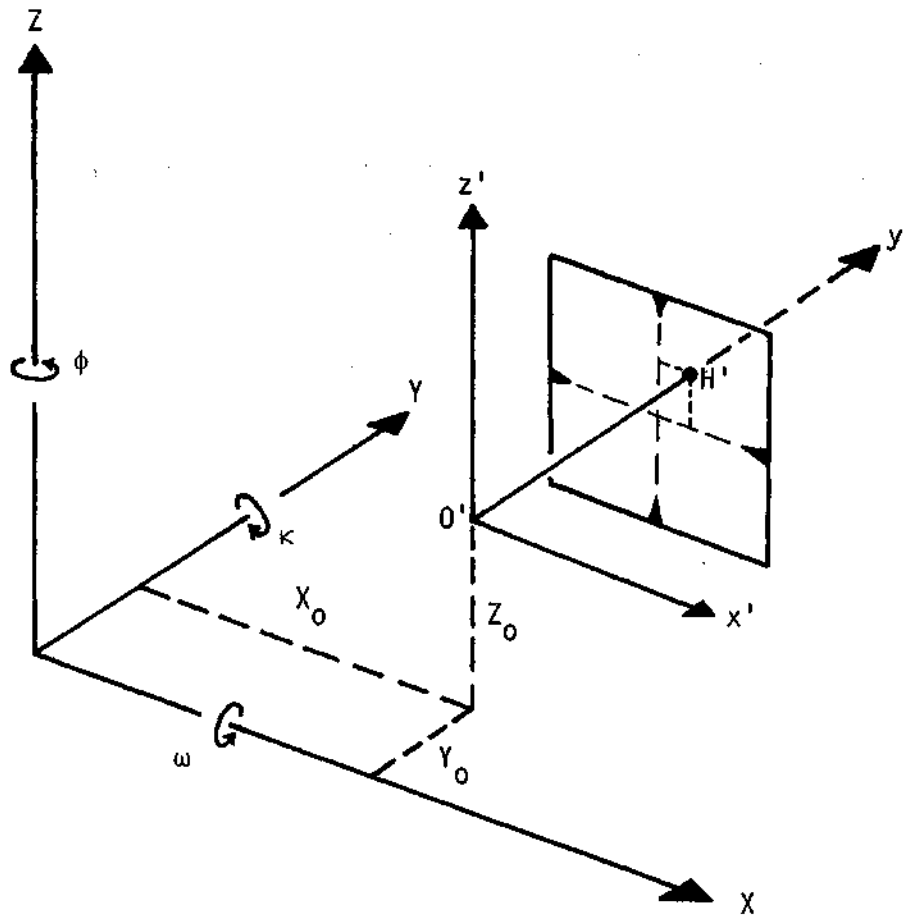


Abb. 3.1: Terrestrische Aufnahmeanordnung

Nach Zurmühl /1964/ steht dabei die Drehmatrix stets am neuen Vektor (hier Bildvektor). Die Komponenten von (3.1) haben hier die gleiche Bedeutung wie in (2.1). Wegen der veränderten Aufnahmerichtung sind die Vektoren $\mathbf{x}'$ und $\mathbf{x}_H'$ jedoch anders strukturiert.

Die Drehmatrix $\mathbf{R}$ - aufgebaut aus den drei Teildrehungen -

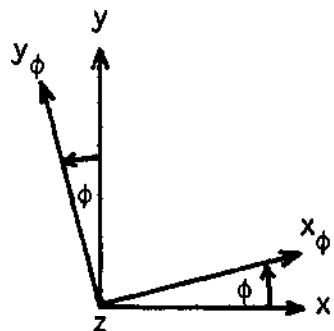
$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_\phi \cdot \mathbf{R}_\omega \cdot \mathbf{R}_\kappa \quad (3.2)$$

wird in (3.1) eingesetzt. So erhält man eine gute Plausibilitätskontrolle für die Richtigkeit der Drehreihenfolge: Es ist offensichtlich, dass bei einer Rücktransformation aus dem Bild- in den Objektraum zunächst Drehungen um κ und ω erfolgen müssen, bevor die Horizontal ebene um ϕ gedreht werden kann /H. Grumpelt 1973/. Dagegen ist der umgekehrte Ansatz von P. Schuhr /1977/ mit

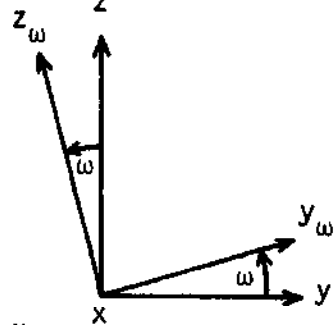
$$\mathbf{x}' = \lambda_1 \mathbf{A}_\phi \cdot \mathbf{A}_\omega \cdot \mathbf{A}_\kappa \cdot (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)$$

nicht geeignet, die Winkel ϕ und ω mit Horizontal bzw. Vertikalwinkeln in Bezug zu bringen.

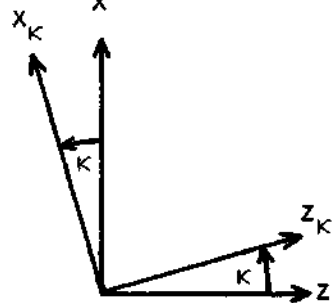
Die bereits angesprochenen Teildrehungen sind wie folgt strukturiert (Abb. 3.2):



$$\mathbf{R}_\phi = \begin{vmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (3.3)$$



$$\mathbf{R}_\omega = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & -\sin \omega \\ 0 & \sin \omega & \cos \omega \end{vmatrix} \quad (3.4)$$



$$\mathbf{R}_\kappa = \begin{vmatrix} \cos \kappa & 0 & \sin \kappa \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \kappa & 0 & \cos \kappa \end{vmatrix} \quad (3.5)$$

Abb. 3.2: Teildrehungen ϕ , ω , κ

Ausmultipliziert gemäß (3.2) erhält man:

$$\mathbf{R} = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{vmatrix} \quad (3.6)$$

mit

$$\begin{aligned} r_{11} &= \cos \phi \cos \kappa - \sin \phi \sin \omega \sin \kappa \\ r_{21} &= \sin \phi \cos \kappa + \cos \phi \sin \omega \sin \kappa \\ r_{31} &= -\cos \omega \sin \kappa \\ r_{12} &= -\sin \phi \cos \omega \\ r_{22} &= \cos \phi \cos \omega \\ r_{32} &= \sin \omega \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned}
r_{13} &= \cos \varphi \sin \kappa + \sin \varphi \sin \omega \cos \kappa \\
r_{23} &= \sin \varphi \sin \kappa - \cos \varphi \sin \omega \cos \kappa \\
r_{33} &= \cos \omega \cos \kappa
\end{aligned}$$

Gleichung (3.1) aufgelöst nach $\mathbf{x}'$ ergibt

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x}'_H + \frac{1}{\lambda} \mathbf{R}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) \quad (3.8)$$

$$\text{mit } \mathbf{x}' = |x', c, z'|^T \text{ und } \mathbf{x}'_H = |x'_H, 0, z'_H|^T$$

Für $\mathbf{R}^T \cdot (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0)$ erfolgt nun eine Substitution, die später die Ableitungen erleichtert.

$$\mathbf{u} = |u \ v \ w|^T = \mathbf{R}^T (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) \quad (3.9)$$

mit

$$\begin{aligned}
u &= (X - X_0) r_{11} + (Y - Y_0) r_{21} + (Z - Z_0) r_{31} \\
v &= (X - X_0) r_{12} + (Y - Y_0) r_{22} + (Z - Z_0) r_{32} \\
w &= (X - X_0) r_{13} + (Y - Y_0) r_{23} + (Z - Z_0) r_{33}
\end{aligned}$$

damit wird (3.8) zu

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x}'_H + \frac{1}{\lambda} \cdot \mathbf{u} \quad (3.10)$$

oder auch

$$x' = x'_H + \frac{1}{\lambda} u \quad (3.10 \ a)$$

$$c = \frac{1}{\lambda} v \quad (3.10 \ b)$$

$$z' = z'_H + \frac{1}{\lambda} w \quad (3.10 \ c)$$

Zur Eliminierung von X werden (3.10 a) und (3.10 c) durch (3.10 b) dividiert, man erhält noch nach Umstellung die Beobachtungsgleichungen für die Bildkoordinaten:

$$\begin{aligned}
x' &= x'_H + c \cdot \frac{u}{v} \\
z' &= z'_H + c \cdot \frac{w}{v}
\end{aligned} \quad (3.11)$$

In die Ausgleichung sollen die Größen c , $\mathbf{x}'_H$, $\mathbf{X}$, $\mathbf{X}_0$, φ , ω und κ als Unbekannte eingeführt werden. Dazu sind sie in eine lineare Form zu überführen. Dies geschieht durch ihre Entwicklung in einer Taylorreihe.

$$\begin{aligned}
\bar{x}' = x' + \frac{\partial x'}{\partial x_H'} \cdot dx_H' + \frac{\partial x'}{\partial c} \cdot dc + \frac{\partial x'}{\partial \phi} \cdot d\phi + \frac{\partial x'}{\partial \omega} \cdot d\omega + \frac{\partial x'}{\partial \kappa} \cdot d\kappa \\
+ \frac{\partial x'}{\partial X} \cdot dX + \frac{\partial x'}{\partial X_0} \cdot dX_0 + \frac{\partial x'}{\partial Y} \cdot dY + \frac{\partial x'}{\partial Y_0} \cdot dY_0 + \frac{\partial x'}{\partial Z} \cdot dZ + \frac{\partial x'}{\partial Z_0} \cdot dZ_0
\end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned}
\bar{z}' = z' + \frac{\partial z'}{\partial z_H'} \cdot dz_H' + \frac{\partial z'}{\partial c} \cdot dc + \frac{\partial z'}{\partial \phi} \cdot d\phi + \frac{\partial z'}{\partial \omega} \cdot d\omega + \frac{\partial z'}{\partial \kappa} \cdot d\kappa \\
+ \frac{\partial z'}{\partial X} \cdot dX + \frac{\partial z'}{\partial X_0} \cdot dX_0 + \frac{\partial z'}{\partial Y} \cdot dY + \frac{\partial z'}{\partial Y_0} \cdot dY_0 + \frac{\partial z'}{\partial Z} \cdot dZ + \frac{\partial z'}{\partial Z_0} \cdot dZ_0
\end{aligned}$$

Zur Bildung der partiellen Ableitungen wird ein Weg benutzt, der aus der Literatur bisher nicht bekannt ist (Anhang B). Es ergeben sich folgende Differentialquotienten:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial x'}{\partial x_H'} = \frac{\partial z'}{\partial z_H'} = 1 \quad ; \quad \frac{\partial x'}{\partial c} = \frac{u}{v} \quad ; \quad \frac{\partial z'}{\partial c} = \frac{w}{v} \\
\frac{\partial x'}{\partial \phi} = \frac{c}{v} \cdot [(Y-Y_0)r_{11} - (X-X_0)r_{21}] - \frac{x'-x_H'}{c} \cdot [(Y-Y_0)r_{12} - (X-X_0)r_{22}] \\
\frac{\partial z'}{\partial \phi} = \frac{c}{v} \cdot [(Y-Y_0)r_{13} - (X-X_0)r_{23}] - \frac{z'-z_H'}{c} \cdot [(Y-Y_0)r_{12} - (X-X_0)r_{22}] \\
\frac{\partial x'}{\partial \omega} = c \cdot \sin \kappa - \frac{x'-x_H'}{v} \cdot [(X-X_0) \sin \phi \sin \omega - (Y-Y_0) \cos \phi \sin \omega \\
+ (Z-Z_0) \cos \omega] \\
\frac{\partial z'}{\partial \omega} = -c \cdot \cos \kappa - \frac{(z'-z_H')}{v} \cdot [(X-X_0) \sin \phi \sin \omega - (Y-Y_0) \cos \phi \sin \omega \\
+ (Z-Z_0) \cos \omega]
\end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial x'}{\partial \kappa} = - (z' - z'_H) \quad ; \quad \frac{\partial z'}{\partial \kappa} = x' - x'_H$$

$$\frac{\partial x'}{\partial X} = - \frac{\partial x'}{\partial X_0} = \frac{c}{v} r_{11} - \frac{x' - x'_H}{v} r_{12}$$

$$\frac{\partial z'}{\partial X} = - \frac{\partial z'}{\partial X_0} = \frac{c}{v} r_{13} - \frac{z' - z'_H}{v} r_{12}$$

$$\frac{\partial x'}{\partial Y} = - \frac{\partial x'}{\partial Y_0} = \frac{c}{v} r_{21} - \frac{x' - x'_H}{v} r_{22}$$

$$\frac{\partial z'}{\partial Y} = - \frac{\partial z'}{\partial Y_0} = \frac{c}{v} r_{23} - \frac{z' - z'_H}{v} r_{22}$$

$$\frac{\partial x'}{\partial Z} = - \frac{\partial x'}{\partial Z_0} = \frac{c}{v} r_{31} - \frac{x' - x'_H}{v} r_{32}$$

$$\frac{\partial z'}{\partial Z} = - \frac{\partial z'}{\partial Z_0} = \frac{c}{v} r_{33} - \frac{z' - z'_H}{v} r_{32}$$

Die Ableitungen für die Winkel sind noch mit $1/\varrho$ zu multiplizieren, wenn die Winkelunbekannten im Gradmaß gesucht sind.

Damit liegen lineare Gleichungsformen vor und die Verbesserungsgleichungen für gemessene Bildkoordinaten können aufgestellt werden.

Unterschiedliche Gewichtsansätze für verschieden genau definierte Punkte sollen möglich sein, da z. B. signalisierte Punkte genauer ansprechbar sind als natürliche Punkte.

3.2 Geodätische Beobachtungen im Objektraum

Zur Versteifung photogrammetrischer Bildverbände, zur Maßstabsbestimmung und zur Lagerung sind in vielen Fällen geodätische Beobachtungen notwendig. Das können sein: Koordinatenwerte, Koordinatenunterschiede, Strecken, Azimute, Zenitdistanzen und Richtungssätze. Die erforderlichen Beobachtungsgleichungen sind aus der Literatur bekannt und werden im Rahmen dieser Arbeit nicht abgeleitet.

3.2.1 Koordinaten, Koordinatenunterschiede und Strecken (metrische Beobachtungen)

Passpunktkoordinaten stellen direkte Beobachtungen der Unbekannten dar.

Koordinatenunterschiede in x, y oder z sind zur Ausrichtung eines Objektes oder auch des Koordinatensystems relativ zum Objekt sehr nützlich. So können z. B. Koordinatenachsen parallel zu einer Fassade ausgerichtet werden.

Strecken können als Horizontal- oder Raumstrecken beobachtet sein. Daher sind zwei verschiedene Ansätze zu berücksichtigen.

Fasst man alle Möglichkeiten zusammen, so gelten folgende Beobachtungsgleichungen, wobei die Werte mit dem Index Null jeweils die genäherten Unbekannten sind oder aus ihnen berechnet wurden:

Paßpunkte x_j :

$$v_x = dx - [x_{\text{gemessen}} - x_0]$$

Koordinatenunterschiede Δx :

$$v_{\Delta x} = dx_j - dx_i - [\Delta x_{\text{gemessen}} - x_j + x_i] \quad (3.15)$$

Horizontalstrecken s :

$$v_s = a \cdot dx_j + b \cdot dy_j - a \cdot dx_i - b \cdot dy_i - [s - s_0] \quad (3.16)$$

mit

$$a = \frac{\Delta x_{ij}}{s} \quad ; \quad b = \frac{\Delta y_{ij}}{s}$$

Raumstrecken S :

$$v_S = a \cdot dx_j + b \cdot dy_j + c \cdot dz_j - a \cdot dx_i - b \cdot dy_i - c \cdot dz_i - [s - s_0] \quad (3.17)$$

mit

$$a = \frac{\Delta x_{ij}}{S} \quad ; \quad b = \frac{\Delta y_{ij}}{S} \quad ; \quad c = \frac{\Delta z_{ij}}{S}$$

3.2.2 Azimute, Zenitdistanzen und Richtungssätze (goniometrische Beobachtungen)

Für den extremen Nahbereich ist es oft schwierig, metrische Größen mit ausreichender Genauigkeit zu beobachten. Hier bieten Winkelbeobachtungen eine ausgezeichnete Alternative. Aber nicht nur im extremen Nahbereich, auch bei Arbeiten mit kleineren Bildmaßstäben liefern Winkelmessungen einen sehr guten Beitrag zur Netzbestimmung. Zenitwinkel dienen der Höhenbestimmung. Bei steilen Visuren liefern sie einen erheblichen Beitrag zur Bestimmung der Lagekoordinaten der Punkte. Azimute wird man hauptsächlich zur Netzorientierung benutzen.

Für die angesprochenen Größen lauten die Beobachtungsgleichungen:

Azimute r :

$$v_a = a \cdot dx_j + b \cdot dy_j - a \cdot dx_i - b \cdot dy_i - [r_{ij} - \phi_{ij}] \quad (3.18)$$

mit

$$a = -\frac{\Delta x_{ij}}{s} \cdot \rho \quad ; \quad b = \frac{\Delta y_{ij}}{s} \cdot \rho \quad ; \quad s^2 = \Delta x_{ij}^2 + \Delta y_{ij}^2$$

Zenitdistanzen δ :

$$v_\delta = a \cdot dx_j + b \cdot dy_j + c \cdot dz_j - a \cdot dx_i - b \cdot dy_i - c \cdot dz_i - [\delta - \delta_0] \quad (3.19)$$

mit

$$a = \frac{\Delta x_{ij} \cdot \Delta z_{ij}}{s \cdot s^2} \cdot \rho \quad ; \quad b = \frac{\Delta y_{ij} \cdot \Delta z_{ij}}{s \cdot s^2} \cdot \rho \quad ; \quad c = -\frac{s}{s^2} \cdot \rho$$

$$s^2 = \Delta x_{ij}^2 + \Delta y_{ij}^2 \quad ; \quad S^2 = s^2 + \Delta z_{ij}^2$$

$$\delta_0 = \arctan \frac{s}{\Delta z_{ij} - (i - t) - 6,8 \cdot 10^{-8} \cdot s^2}$$

Dieser Ansatz berücksichtigt die Erdkrümmung, einen Refraktionskoeffizienten von 0,13 sowie die angesprochene Differenz zwischen Instrumenten- und Tafelhöhe.

Richtungssätze r :

$$R_0 = \phi_{ij} + r_{ij}$$

$$v_r = a \cdot dx_j + b \cdot dy_j - a \cdot dx_i - b \cdot dy_i - 1 \cdot dR_0 - [-r_{ij} - \phi_{ij}^0 + R_0] \quad (3.20)$$

mit

$$a = -\frac{\Delta y_{ij}}{s^2} \cdot \rho \quad ; \quad b = \frac{\Delta x_{ij}}{s^2} \cdot \rho$$

$$\phi_{ij}^0 = \arctan \left(\frac{\Delta y_{ij}}{\Delta x_{ij}} \right) \cdot \rho$$

3.3 Beobachtungen und Bedingungen der äußeren Orientierung

Geodätische Messungen zur Versteifung photogrammetrischer Blöcke stellen stets einen hohen Kostenfaktor bei der örtlichen Aufnahme dar. Daher besteht besonders für kleinere Objekte der Nahbereichsphotogrammetrie der Wunsch, den Aufwand an geodätischen Messungen zu reduzieren oder ganz zu vermeiden.

Bei terrestrisch-photogrammetrischen Aufnahmen von festen (unbewegten) Standpunkten aus besteht oft die Möglichkeit, einige wichtige Informationen über relative oder absolute Orientierungselemente ohne zusätzlichen Aufwand - also kostenlos - zu erhalten und in die Bündelausgleichung einzuführen. Dies können sein:

- Zentrierungselemente auf einem Standpunkt,
- gemessene Winkel der äußeren Orientierung,
- Stereoaufnahmebedingungen und
- Koordinatenunterschiede zwischen zwei Aufnahmezentren.

Man erhält dadurch zusätzliche Überbestimmungen in der Ausgleichung. Der Gewinn aus diesen Informationen ist oft erheblich.

3.3.1 Zentrierung auf festem Standpunkt

Bereits durch ein Photo auf einem bekannten Standpunkt oder mehrere Photos auf einem unbekannten Standpunkt besteht die Möglichkeit zur Formulierung zusätzlicher Verknüpfungsgleichungen, da feste Beziehungen zwischen den Aufnahmezentren bestehen.

Die mechanischen Verbindungen, zwischen den Drehachsen einer terrestrischen Aufnahmekammer und dem Projektionszentrum sind stets so aufgebaut, dass das Projektionszentrum exzentrisch zu den Drehachsen liegt. Es beschreibt daher beim Drehen der Aufnahmekammer einen Kreis um die entsprechende Drehachse. Aus diesem Grund können bei Aufnahmen unterschiedlicher Orientierungswinkel auf einem Standpunkt die Projektionszentren nicht gleich gesetzt werden, sondern es sind mathematische Beziehungen unter Berücksichtigung der Exzentrizitäten zu formulieren. Dabei sind die konstruktiven Eigenarten einer Kammer zu berücksichtigen. Grundsätzlich lassen sich zwei verschiedene Bauarten unterscheiden:

- Die mechanischen Drehachsen der Aufnahmekammer schneiden sich in einem festen Punkt.
- Die mechanischen Drehachsen der Aufnahmekammer schneiden sich nicht alle in einem festen Punkt.

Ein typisches Beispiel für sich schneidende Drehachsen ist die WILD P 31 (Abb. 3.3). Das Achssystem entspricht dem eines Theodoliten. Die Aufnahmerichtung ist in sich drehbar. Ähnlich ist es mit der UMK 13/18 von JENOPTIK (Abb. 3.4). Sie hat im Orientierungssystem verschiedene Aufhängepunkte für den Kammerstutzen. Beim Einsatz von Glasplatten liegt die Kippachse genau in der Stehachse und die drei Drehachsen schneiden sich in einem festen Punkt. Dies ändert sich auch nicht bei Umlegen der Kammer um 100 gon.

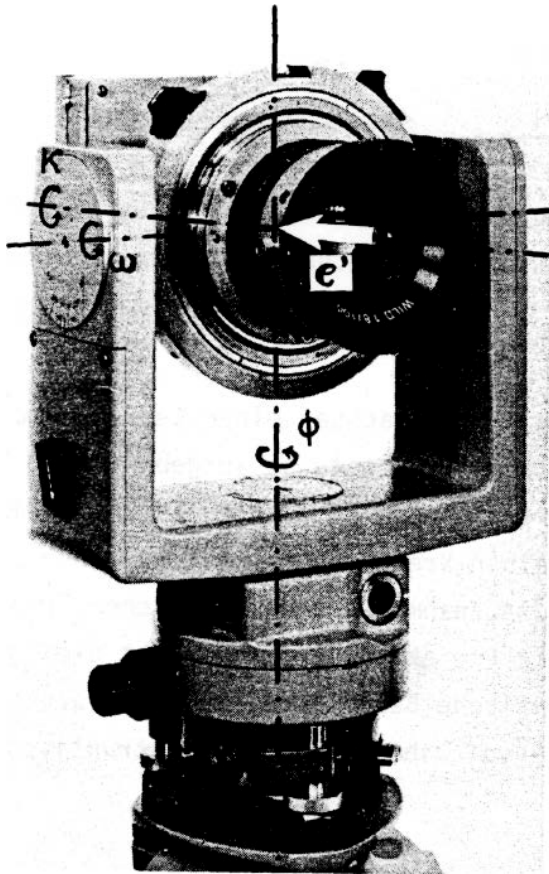


Abb. 3.3: P 31 von WILD

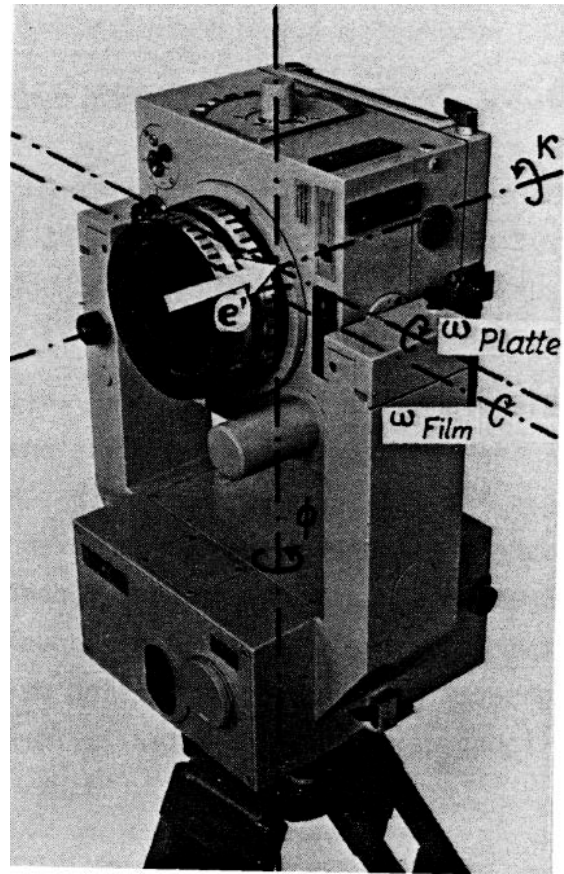


Abb. 3.4: UMK 13/18 von JENOPTIK

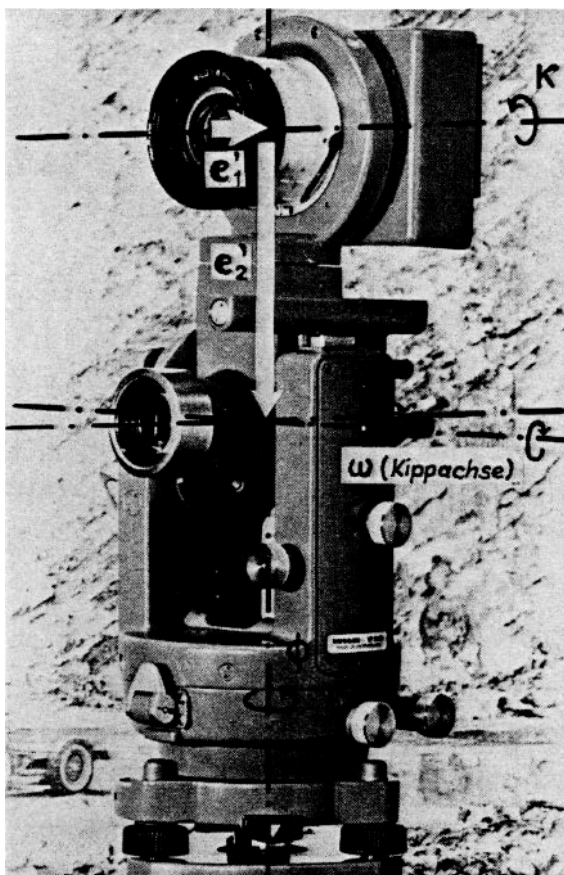


Abb. 3.5: P 32 von WILD

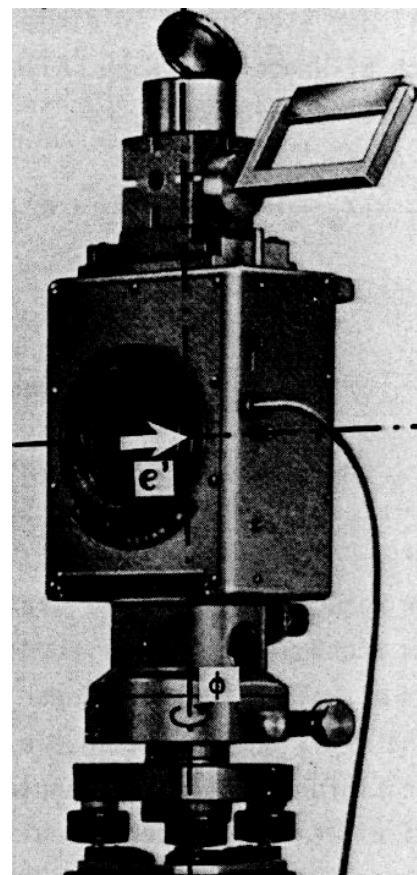


Abb. 3.6: TMK 6 von ZEISS

Beim Einsatz einer Filmkassette dagegen sind zwei andere Aufhängepunkte zu benutzen, so dass die Kippachse hinter der Stehachse liegt. Dann schneiden sich nur die Achsen für ω und κ in einem festen Punkt.

Bei einer WILD P 32, die auf einen Theodoliten aufgesetzt ist (Abb. 3.5), schneiden sich die Achsen für ϕ und ω in einem festen Punkt, während die Drehachse für κ darüber verläuft. Völlig andere Verhältnisse liegen bei Phototheodoliten und anderen Aufnahmekammern vor, bei denen keine Drehachsen für ω und κ vorhanden sind, weil sie für horizontale Aufnahmerichtungen konstruiert sind (z. B. PHOTHEO 19/1318 von JENOPTIK, TMK 6 oder TMK 12 von ZEISS (Abb. 3.6)). Bei diesen Kammertypen wird durch Einspielen von Libellen für ω und κ der Winkelwert Null realisiert. Sie besitzen praktisch nur eine Drehachse, da Drehungen um ω oder κ keiner mechanisch definierten Drehachse zuzuordnen sind.

Zur Formulierung einfacher funktionaler Zusammenhänge zwischen dem Projektionszentrum und dem Standpunkt ist die Unabhängigkeit der Drehwinkel d. h. die Orthogonalität der Drehachsen Voraussetzung. Eine ausführliche Diskussion der Voraussetzungen, Besonderheiten und mathematischen Formulierungsmöglichkeiten kann man bei B. Wrobel und K.-H. Ellenbeck /1976/ nachlesen. In dieser Arbeit werden nur die Gesichtspunkte berücksichtigt, die für praktische Anwendungen erforderlich sind. Für den allgemeinen Fall der sich nicht in einem festen Punkt schneidenden Drehachsen gilt nach B. Wrobel und K.-H. Ellenbeck /1976/ für mitgedrehte Achsen in der Drehreihenfolge $\phi \ \omega \ \kappa$

$$\mathbf{x}_{ST} = \mathbf{x}_0 + \mathbf{R}_\phi \cdot \mathbf{R}_\omega \cdot \mathbf{R}_\kappa \cdot \mathbf{e}'_1 + \mathbf{R}_\phi \cdot \mathbf{R}_\omega \cdot \mathbf{e}'_2 + \mathbf{R}_\phi \cdot \mathbf{e}'_3 \quad (3.21)$$

mit

$\mathbf{x}_{ST}$ = Ortsvektor des Standpunktes

$\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3$ = Exzentrizitätsvektoren vom Projektionszentrum zum Standpunkt;
definiert im Bildkoordinatensystem.

Zur Berücksichtigung der Beziehung zwischen dem Projektionszentrum und dem Standpunkt in einer Bündelausgleichung können die Vektoren $\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2$ und $\mathbf{e}'_3$ als Korrekturglieder behandelt, oder - wenn sie nicht bekannt sind - als Unbekannte in die Ausgleichung eingeführt werden. Im Falle der Einführung als Unbekannte wird wegen der geringen Größe der Vektoren bei nicht stark unterschiedlichen Winkeln $\phi \ \omega$ und κ die Bestimmung der Komponenten der einzelnen Vektoren in vielen Fällen nicht möglich sein.

Schneiden sich die Drehachsen in einem festen Punkt, so geht (3.21) über in

$$\mathbf{x}_{ST} = \mathbf{x}_0 + \mathbf{R}_\phi \cdot \mathbf{R}_\omega \cdot \mathbf{R}_\kappa \cdot \mathbf{e}' \quad (3.22)$$

Hier tritt nur ein Vektor $\mathbf{e}'$ mit drei Unbekannten auf, so dass die Bestimmung in einer Ausgleichung nur in Ausnahmefällen Probleme aufwerfen wird. Dieser Ansatz ist anzuwenden für Kammern wie die P 31, für die UMK bei Verwendung von Glasplatten sowie für Phototheodolite und andere Meßkammern ohne Drehachsen für ω und κ .

Der Ansatz (3.22) kann auch für Kammern verwendet werden, deren Drehachsen sich nicht in einem festen Punkt schneiden, wenn folgende Voraussetzungen erfüllt werden:

Für alle Aufnahmen einer Ausgleichung, die mit einem der Standpunkte verknüpft werden sollen, muss $\mathbf{e}'$ konstant sein; d. h. es dürfen nur solche Drehungen vollzogen werden, die

den Vektor $\mathbf{e}'$ nicht verändern. Bei der P 32 z. B. muss demnach κ konstant sein und bei der UMK mit Filmkassette ω und κ . Dabei nimmt der Vektor $\mathbf{e}'$ für jeden Winkel κ bzw. für jede $\omega\kappa$ -Kombination eine andere Größe an.

Für die praktische Programmierung sollte daher vorgesehen werden, die Vektoren $\mathbf{e}'_1$, $\mathbf{e}'_2$ und $\mathbf{e}'_3$ (3.21) als Korrekturglieder zu behandeln und den Vektor $\mathbf{e}'$ in Gleichung (3.22) auch als Unbekannte zuzulassen. Damit wird man den meisten praktischen Anwendungsfällen gerecht werden können.

Für die Ausgleichung ist (3.22) in eine bezüglich der Unbekannten lineare Form zu überführen. Entsprechende Gleichungen sind aus der Literatur bisher nicht bekannt.

Erweitert um die Instrumentenhöhe $\mathbf{i} = (0, 0, i)^T$ erhält man aus (3.22) den Ausgleichungsansatz

$$\mathbf{v}_z = -X_{ST} + X_0 + \mathbf{R} \cdot \mathbf{e}' - \mathbf{i} \quad (3.23)$$

worin $\mathbf{v}$ der Zentrierfehler ist.

Für kleine Drehungen kann $\mathbf{R}$ aufgespalten werden in

$$\mathbf{R} = \overset{0}{\mathbf{R}} (\mathbf{E} + d\mathbf{R}) \quad (3.24)$$

mit

$$d\mathbf{R} = \begin{vmatrix} 0 & -d\phi & d\kappa \\ d\phi & 0 & -d\omega \\ -d\kappa & d\omega & 0 \end{vmatrix} \quad (3.25)$$

Dann wird aus (3.2.3):

$$\mathbf{v}_z = X_0 + dX_0 - X_{ST} - dX_{ST} - \mathbf{i} + \overset{0}{\mathbf{R}} (\mathbf{E} + d\mathbf{R}) (\overset{0}{\mathbf{e}}' + d\mathbf{e}')$$

oder ausmultipliziert

$$\mathbf{v}_z = X_0 + dX_0 - X_{ST} - dX_{ST} - \mathbf{i} + \overset{0}{\mathbf{R}} \overset{0}{\mathbf{e}}' + \overset{0}{\mathbf{R}} d\mathbf{e}' + \overset{0}{\mathbf{R}} d\mathbf{R} \overset{0}{\mathbf{e}}' + \overset{0}{\mathbf{R}} d\mathbf{R} d\mathbf{e}'$$

Das Produkt $\overset{0}{\mathbf{R}} \cdot d\mathbf{R} \cdot d\mathbf{e}'$ ist eine Ableitung zweiter Ordnung und kann entfallen. Das Produkt $\overset{0}{\mathbf{R}} \cdot d\mathbf{R} \cdot \overset{0}{\mathbf{e}}'$ ist nach den Unbekannten ϕ , ω und κ zu ordnen. Dann wird

$$\mathbf{v}_z = dX_0 - dX_{ST} + \overset{0}{\mathbf{R}} \cdot d\mathbf{e}' + \mathbf{S} \cdot d\phi - [X_{ST} - X_0 - \overset{0}{\mathbf{R}} \cdot \overset{0}{\mathbf{e}}' + \mathbf{i}] \quad (3.26)$$

Hierin ist $\mathbf{S} \cdot d\phi$ folgendermaßen definiert:

$$\overset{0}{\mathbf{R}} \cdot d\mathbf{R} \cdot \overset{0}{\mathbf{e}}' =$$

$$\begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 & -d\phi & d\kappa \\ +d\phi & 0 & -d\omega \\ -d\kappa & d\omega & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} e_x' \\ e_y' \\ e_z' \end{vmatrix} = \\
\begin{vmatrix} r_{12}d\phi - r_{13}d\kappa & r_{13}d\omega - r_{11}d\phi & r_{11}d\kappa - r_{12}d\omega \\ r_{22}d\phi - r_{23}d\kappa & r_{23}d\omega - r_{21}d\phi & r_{21}d\kappa - r_{22}d\omega \\ r_{32}d\phi - r_{33}d\kappa & r_{33}d\omega - r_{31}d\phi & r_{31}d\kappa - r_{32}d\omega \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} e_x' \\ e_y' \\ e_z' \end{vmatrix} = \\
\begin{vmatrix} r_{12}e_x'd\phi - r_{13}e_x'd\kappa + r_{13}e_y'd\omega - r_{11}e_y'd\phi + r_{11}e_z'd\kappa - r_{12}e_z'd\omega \\ r_{22}e_x'd\phi - r_{23}e_x'd\kappa + r_{23}e_y'd\omega - r_{21}e_y'd\phi + r_{21}e_z'd\kappa - r_{22}e_z'd\omega \\ r_{32}e_x'd\phi - r_{33}e_x'd\kappa + r_{33}e_y'd\omega - r_{31}e_y'd\phi + r_{31}e_z'd\kappa - r_{32}e_z'd\omega \end{vmatrix} = \\
\begin{vmatrix} r_{12}e_x' - r_{11}e_y' & r_{13}e_y' - r_{12}e_z' & r_{11}e_z' - r_{13}e_x' \\ r_{22}e_x' - r_{21}e_y' & r_{23}e_y' - r_{22}e_z' & r_{21}e_z' - r_{23}e_x' \\ r_{32}e_x' - r_{31}e_y' & r_{33}e_y' - r_{32}e_z' & r_{31}e_z' - r_{33}e_x' \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} d\phi \\ d\omega \\ d\kappa \end{vmatrix} = \\
= \mathbf{S} \cdot d\phi \quad (3.27)$$

Da die Matrix **dR** (3.25) aus (3.7) entnommen ist, gilt **S** nur für Messbilder mit gemäß Kapitel 3.1 definierten Drehachsen. Für annähernd lotrechte Aufnahmeorientierungen ist **dR** entsprechend (2.3 b) aufzustellen:

$$\mathbf{dR} = \begin{vmatrix} 0 & -d\kappa & d\phi \\ d\kappa & 0 & -d\omega \\ -d\phi & d\omega & 0 \end{vmatrix}$$

Hier handelt es sich um Bedingungsgleichungen. Der Ansatz als Verbesserungsgleichung ist jedoch sinnvoll, da die Handhabung von Bedingungsgleichungen in Rechenprogrammen sehr umständlich ist. Zur Berechnung des Gewichts für diese Gleichung wird als Standardabweichung a priori die Zentriergenauigkeit abgeschätzt.

3.3.2 Gemessene Orientierungswinkel

Bei terrestrisch photogrammetrischen Aufnahmen wird sehr oft die Aufnahmerichtung in bestimmter Weise festgelegt. Dies kann geschehen durch

- Einspielen von Libellen für ω und κ ,
- Drehen um bestimmte Winkel φ ,
- Neigen der Aufnahmekammer in festen Stufen (ω)
- Drehen um feste Winkel κ o.ä.

Die Kenntnis der Orientierungswinkel lässt sich in Bündelausgleichungen zur Einsparung von Passpunkten nutzen. Die an den äußeren mechanischen Achsen gemessenen Winkelwerte stimmen jedoch nur in erster Näherung mit den Orientierungswinkeln der Aufnahmen φ , ω und κ überein. Es wird stets ein kleiner Restfehler der Justierung zu berücksichtigen sein. Nach B. Wrobel und K.-H. Ellenbeck /1976/ gilt folgende Beziehung:

$$\varphi_{ST} = \varphi + \delta \quad (3.29)$$

Dabei sind $\varphi_{ST} = [\varphi_{ST}, \omega_{ST}, \kappa_{ST}]^T$ die gemessene äußere Orientierung $\delta = [\delta\varphi, \delta\omega, \delta\kappa]^T$ der Restfehler der Justierung und φ die tatsächliche äußere Orientierung. Für die Ausgleichung wird dann folgende Verbesserungsgleichung formuliert:

$$v_{\varphi_{ST}} = d\varphi - d\delta - [\varphi_{ST} - \varphi + \delta] \quad (3.20)$$

Bei einer Ausgleichung mit sehr wenigen Aufnahmen müssen die Winkel $\delta\varphi$, $\delta\omega$ und $\delta\kappa$ bekannt sein. Bei einer größeren Anzahl von orientierten Aufnahmen lassen sich diese Konstanten in der Ausgleichung bestimmen.

Zum Ansatz von Gewichten werden die Libellenangaben herangezogen bzw. für $4>$ die vom Hersteller angegebene Winkelgenauigkeit.

3.3.3 Stereoaufnahmebedingungen

Aufnahmen mit Stereomesskamern geben bei synchroner Auslösung aufgrund der starren mechanischen Verbindung Anlass zur Formulierung von Verknüpfungsgleichungen zwischen den Projektionszentren und den Aufnahmeorientierungen beider Aufnahmen. Aufgrund von (3.22) und (3.29) gelten dafür folgende Beziehungen:

$$\mathbf{x}_{ST} = \mathbf{x}_{O,A} + \mathbf{R}_A \cdot \mathbf{e}'_A = \mathbf{x}_{O,B} + \mathbf{R}_B \cdot \mathbf{e}'_B \quad (3.31)$$

$$\varphi_{ST} = \varphi_A + \delta_A = \varphi_B + \delta_B \quad (3.32)$$

Der Index A gilt dabei jeweils für die linke und der Index B für die rechte Kammer. Aus diesen Gleichungen erhält man die Stereoaufnahmebedingungen:

$$\mathbf{x}_{O,A} - \mathbf{x}_{O,B} + \mathbf{R}_A \cdot \mathbf{e}'_A - \mathbf{R}_B \cdot \mathbf{e}'_B = \mathbf{0} \quad (3.33)$$

$$\varphi_A - \varphi_B + \delta_A - \delta_B = 0 \quad (3.34)$$

Führt man diese Bedingungen in eine Bündelausgleichung ein, so lassen sich die Vektoren $\mathbf{e}'_A$ und $\mathbf{e}'_B$ nicht voneinander trennen, da die Stereoaufnahmebedingung von der Geometrie her nur die Konstanz des Basisvektors $\mathbf{b}' = \mathbf{e}'_A - \mathbf{e}'_B$ verlangt. Folgende Maßnahmen können Abhilfe schaffen:

- Die Vektoren $\mathbf{e}'_A$ und $\mathbf{e}'_B$ werden zu einem Basisvektor $\mathbf{b}'$ zusammengefasst und die Winkeldifferenzen $\delta_A, -\delta_B$ zu einem Differenzenvektor δ /B. Wrobel und K.-H. Ellenbeck 1976/. Bei dieser Methode wird es jedoch umständlich, gleichzeitig Stereoaufnahmebedingungen und Zentrierungs- oder Orientierungselemente gemäß Kapitel 3.3.1 bzw. 3.3.2 zu berücksichtigen, da sowohl $\mathbf{e}'_A$ und $\mathbf{e}'_B$ als auch $\mathbf{b}'$ zu bestimmen sind.
- Die Werte $\mathbf{e}'_A, \mathbf{e}'_B, \delta_A$ und δ_B werden durch Laboreichung bestimmt. Für das Ausgleichungsergebnis ist dies sicher die günstigste Methode, da der größtmögliche Gewinn an Überbestimmungen eintritt. Jedoch ist eine Kalibrierung mit einfachen Mitteln nicht möglich.
- Liegen orientierte Aufnahmen ($\omega = \kappa = 0$) auf bekannten Standpunkten oder mehrere Aufnahmen unterschiedlicher Orientierungswinkel auf einem unbekannten Standpunkt vor, so können neben den Stereoaufnahmebedingungen auch die Gleichungen (3.26) und (3.30) für Orientierung und Zentrierung auf einem Standpunkt für jeweils eines der Stereobilder angesetzt werden. Auf diese Art lassen sich die Unbekannten $\mathbf{e}'_A, \mathbf{e}'_B, \delta_A$ und δ_B trennen, und es erfolgt eine Kalibrierung durch die Ausgleichung.
- Für die zusätzlichen Unbekannten einer der beiden Kamern (z.B. $\mathbf{e}'_A$ und δ_A) sind willkürliche Annahmen zulässig, wenn keine Orientierungswerte vorliegen und keine Verknüpfung mit einem Standpunkt erfolgen kann. Es wird dann nur die Konstanz der Beziehungen je zweier Aufnahmen als Bedingung eingeführt. Die Größen dieser relativen Orientierung ergeben sich aus der Bündelausgleichung. Der Ansatz (3.33) - (3.34) ist also universell anwendbar. Aus Gründen der einfacheren Handhabung in einem Programm ist es vorteilhaft, die Bedingungen als Verbesserungsgleichungen zu formulieren und mit hohem Gewicht in die Ausgleichung einzuführen. Man erhält dann:

$$\begin{aligned}
 v_b = dx_{o,A} - dx_{o,B} + \overset{0}{R}_A de'_A - \overset{0}{R}_B de'_B + S_A d\varphi_A - S_B d\varphi_B \\
 - [-x_{o,A} + x_{o,B} - \overset{0}{R}_A e'_A + \overset{0}{R}_B e'_B]
 \end{aligned}
 \quad (3.35)$$

$$v_\phi = d\varphi_A - d\varphi_B + d\delta_A - d\delta_B - [-\overset{0}{\varphi}_A + \overset{0}{\varphi}_B + \overset{0}{\delta}_A - \overset{0}{\delta}_B]
 \quad (3.36)$$

Der Aufbau der Matrizen **S** ist in Kapitel 3.3.1 angegeben.

Bei praktischen Anwendungen ist unbedingt auf eine synchrone Auslösung beider Kammern zu achten, da zu Unrecht eingeführte Stereoaufnahmebedingungen den gesamten Bündel block deformieren.

Ein anderer Weg zur Berücksichtigung von Stereoaufnahmebedingungen wird von Hell /1979/ vorgeschlagen. Er führt neben der festen Winkelbeziehung eines Stereobildpaares den Abstand der Projektionszentren in die Ausgleichung ein und gewinnt damit pro Stereoaufnahme vier Freiheitsgrade. Die Berücksichtigung der Stereoaufnahmebedingungen nach (3.35) - (3.35) liefert dagegen pro Bildpaar sechs Gleichungen und ist daher deutlich günstiger /M. Behmann 1981/.

3.3.4 Koordinatenunterschiede zwischen Aufnahmezentren

In besonderen Fällen können direkt Koordinatenunterschiede zwischen den Aufnahmezentren gemessen sein, wie folgende zwei praktisch durchgeführte Beispiele zeigen:

- Nivellement zwischen zwei für die Aufnahme vorbereiteten Stativen mit aufgebautem Dreifuß. Der gemessene Höhenunterschied entspricht bei identischen Orientierungswinkeln ω und κ dem Höhenunterschied der Projektionszentren.
- Bei der Aufnahme kleiner Objekte kann die Kammer fest auf einen Schlitten (mit Maßstab) montiert werden, der nur in einer Richtung beweglich ist. Wählt man das Koordinatensystem so, dass die Koordinatenrichtung x parallel zur Bewegungsrichtung des Schlittens verläuft, so erhält man für alle zugehörigen Aufnahmen die Koordinatenunterschiede $\Delta y = \Delta z = 0$ und $\Delta x = x_{i+1} - x_i$.

Eine weitere mögliche Anwendung ist die Berücksichtigung von Statoskopdaten in der Aerotriangulation /F. Corten 1983/. Der entsprechende Gleichungsansatz ist bereits in (3.15) angegeben.

3.4 Daten der Kammerkalibrierung

In der terrestrischen Photogrammetrie ist es gelegentlich erforderlich, Teil-Meßkammern einzusetzen /Wester-Ebbinghaus 1983/. Auch werden oft fokussierbare Messkammern benutzt. Bei räumlich stark gegliederten Objekten und bei Aufnahmen auf bekannten Standpunkten oder bei bekannten Orientierungswinkeln ist es daher oft notwendig, Kammerkonstante und Hauptpunktslage als Unbekannte in die Bündelausgleichung einführen zu können, da in diesen Fällen leicht ungenaue Kalibrierungswerte nicht durch andere Parameter wie Aufnahmeentfernung oder Orientierungswinkel kompensiert werden. Für die Kollinearitätsgleichungen sind die erforderlichen Ableitungen in Kapitel 3.1 angegeben. Sind Kammerkonstante und Hauptpunktslage durch Kalibrierung bekannt, können sie als Beobachtung in die Ausgleichung einfließen. Es gelten folgende Verbesserungsgleichungen:

$$v_c = dc - [c - \overset{0}{c}]$$

$$v_{x_H'} = dx_H' - [x_H' - \overset{0}{x}_H'] \quad (3.37)$$

$$v_{z_H'} = dz_H' - [z_H' - \overset{0}{z}_H']$$

Die auch zur inneren Orientierung gehörenden Verzeichnungsdaten sollten - soweit sie bekannt sind - vor der Ausgleichung durch Korrektur der Bildkoordinaten berücksichtigt werden (Kapitel 2.1.2).

Die in Kapitel 3.3 eingeführten Vektoren $\mathbf{e}'$ und δ sind ebenfalls Konstanten der Aufnahmekammer. Ihre präzise Bestimmung kann durch Laboreichung oder durch Feldkalibrierung mit einer geeigneten Aufnahmeanordnung erfolgen. Die ermittelten Werte können durch folgende Ansätze als Beobachtungen in der Ausgleichung berücksichtigt werden:

$$v_{\mathbf{e}'} = d\mathbf{e}' - [\mathbf{e}' - \overset{0}{\mathbf{e}'}] \quad (3.38)$$

$$v_{\delta} = d\delta - [\delta - \overset{0}{\delta}] \quad (3.39)$$

Die Berechnung der Gewichte erfolgt anhand der geschätzten Genauigkeit der Kalibrierung.

4. Möglichkeiten zur Berechnung der Unbekannten im erweiterten Modell und theoretischer Vergleich der Methoden

Nach der inhaltlichen Festlegung des funktionalen Modells ist zu untersuchen, welche Strukturen die entstehende Normalgleichungsmatrix aufweisen kann und welche Möglichkeiten zur Gleichungslösung aus der Literatur bekannt sind. Bei dieser Betrachtung bleiben iterative Verfahren von vornherein unberücksichtigt, da sie wegen des fehlenden Abbruchkriteriums und der langsamen Konvergenz bei ungünstiger Kondition für die Photogrammetrie unbestritten ungeeignet sind /J. Müller 1968, F. Ackermann, H. Ebner u. H. Klein 1970, K. Haag 1977/.

Anschließend wird die im Rahmen dieser Arbeit neu entwickelte Methode zur Gleichungslösung dargestellt, die gekennzeichnet ist durch eine neue Numerierung der Unbekannten, die Anwendung der Profilspeichertechnik und die direkte Lösung der Normalgleichung durch eine Cholesky-Zerlegung.

4.1 Strukturen der Normalgleichungsmatrix

Die in Abb. 2.2 gezeigte regelmäßige Struktur einer Normalgleichungsmatrix bleibt im erweiterten funktionalen Modell nicht erhalten. Es kommen neue Unbekannte hinzu, und es entstehen weitere Elemente in **N**. Im Beispiel (Abb. 4.1) treten als zusätzliche Unbekannte **e'**, **δ** und zwei Orientierungsunbekannte für die Richtungssätze auf. Bei Vorwegelimination dieser Orientierungsunbekannten /Großmann 1969/ entsteht die in Abb. 4.2 gezeigte Normalgleichungsmatrix.

Durch die Winkel- und Streckenmessungen entstehen verbindende Elemente zwischen den Punkten. Die Standpunkte 19 - 22 sind wegen der Zentrierungsgleichungen (3.26) mit den Bildern A - D und den Kammerunbekannten **e'** und **δ** verbunden.

Man erhält bei Anwendung des erweiterten funktionalen Modells stets schwach besetzte Matrizen mit unregelmäßiger Struktur. Die Anzahl der von Null verschiedenen Elemente der Matrix kann bei größeren Systemen kleiner als 1 % sein.

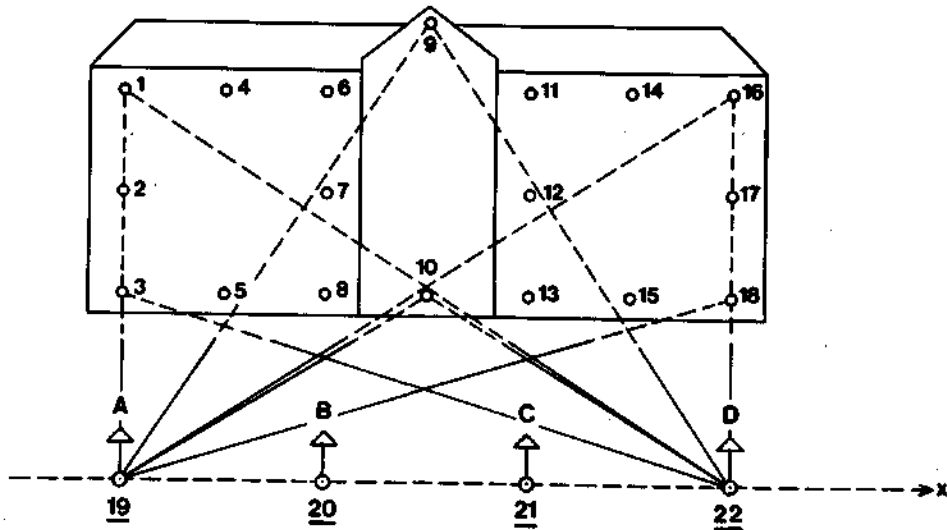


Abb. 4.1: Geodätisch-photogrammetrische Aufnahmedisposition

Messungselemente:

- 4 Meßbilder (A - C) auf festen Standpunkten (19 - 22)
- Horizontal- und Vertikalwinkel auf Punkt 19 und 22 zu den Punkten 1, 3, 9, 10, 16, 18 und 19 bzw. 22
- Strecken: 3 - 18, 3 - 19, 18 - 22, 19 - 20, 20 - 21 und 21 - 22
- Lotung 9 - 10 ($\Rightarrow \Delta y$)

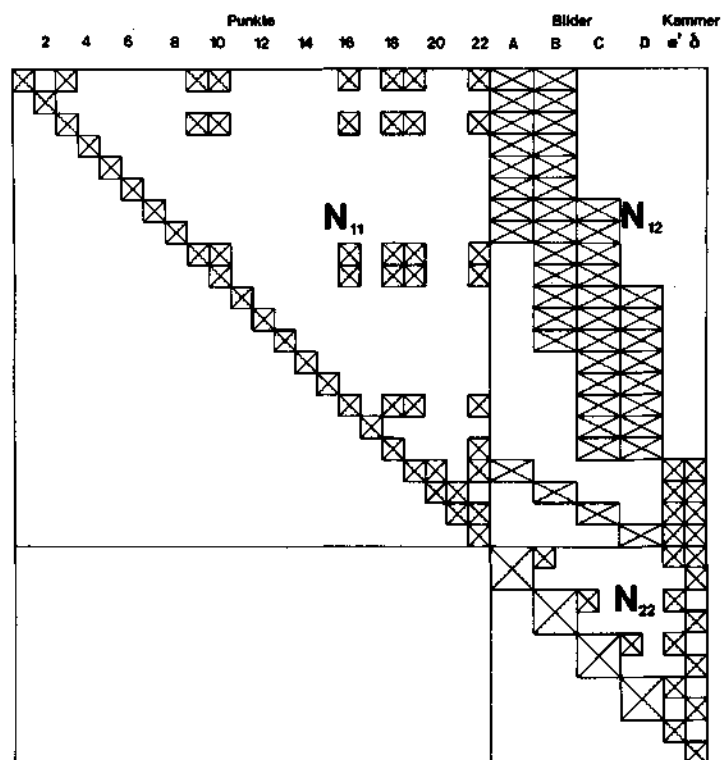


Abb. 4.2: Struktur einer Normalgleichungsmatrix bei erweitertem funktionalen Modell

4.2 Möglichkeiten zur Lösung der Normalgleichung

Die in Abbildung 4.2 dargestellte Normalgleichungsmatrix mit $u = 96$ Unbekannten kann noch leicht invertiert werden. In diesem Falle ergibt sich der Lösungsvektor aus:

$$\mathbf{x} = \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{n} \quad (4.1)$$

Unter Ausnutzung der Symmetrieeigenschaft von $\mathbf{N}$ sind für die Inversion $u^3/2$ Multiplikationen erforderlich (hier $\sim 442\,000$). Eine Lösung nach Cholesky, die die Inversion vermeidet, benötigt dagegen nur $u^3/6$ Multiplikationen (hier $\sim 147\,000$). Dazu wird (2.8) folgendermaßen zerlegt:

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{n} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{C}^T \cdot \mathbf{C} = \mathbf{N} \quad (4.2)$$

$$\mathbf{C}^T \cdot \mathbf{g} = \mathbf{n} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{C} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{g} \quad (4.4)$$

Aus (4.2) wird die Cholesky-Matrix $\mathbf{C}$ berechnet (Dreiecksmatrix), aus (4.3) die reduzierte rechte Seite $\mathbf{g}$ und aus (4.4) durch Rückwärtssubstitution der Lösungsvektor $\mathbf{x}$.

Bei größeren Gleichungssystemen nehmen Speicherplatzbedarf und Rechenaufwand jedoch so stark zu, dass eine Lösung ohne Berücksichtigung der schwachen Besetzung von $\mathbf{N}$ nicht mehr möglich ist, wie bereits in Kapitel 2.3 gezeigt wurde. Zu diesen als Sparse-Techniken bekannten Speicher- und Rechenverfahren gehört auch die in Kapitel 2.3 beschriebene rekursive Partitionierung /G. Glaser und M. Saliba 1972/.

4.2.1 Rekursive Partitionierung

Durch Änderung der Reihenfolge der Punkte in der Normalgleichungsmatrix lässt sich die rekursive Partitionierung auch zur Lösung der Gleichung im erweiterten funktionalen Modell benutzen. Dazu sind alle Punkte, die von geodätischen Messungen betroffen sind, hinter denen anzuordnen, die nur durch Bildmessungen bestimmt sind /K. Wong 1972, G. Hell 1977/. Abbildung 4.3 zeigt die veränderte Matrizenstruktur zu Abb. 4.1.

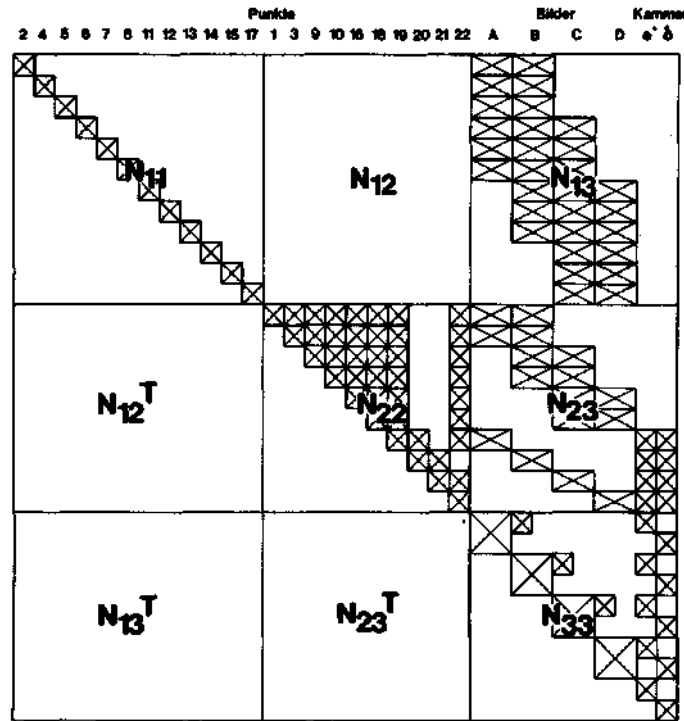


Abb. 4.3: Normalgleichungsmatrix nach Änderung der Punktreihenfolge

Die Punkte in $\mathbf{N}_{11}$ können wie in Kapitel 2.3 beschrieben, reduziert werden. Danach ist $\mathbf{N}_{22}$ aufzustellen und zeilenweise in Submatrizen der Größe 3×3 gemeinsam mit $\mathbf{N}_{23}$ zu reduzieren. Dabei geht jedoch die in Abb. 2.5 gezeigte Bandstruktur der auf die Bildunbekannten reduzierten Normalgleichungsmatrix (hier $\mathbf{N}_{33}$) verloren. Die in Kapitel 2.3 genannte Möglichkeit zur gleichzeitigen Reduktion der Matrix der Bildunbekannten ist nicht mehr gegeben, da die Reduktion von $\mathbf{N}_{22}$ und $\mathbf{N}_{23}$ Beiträge zu $\mathbf{N}_{22}$, $\mathbf{N}_{23}$ und zur gesamten Matrix $\mathbf{N}_{33}$ liefert. Damit steigt bei der Reduktion die Anzahl der notwendigen Dateizugriffe erheblich an.

4.2.2 Unterteilung in Submatrizen

Auch durch eine Unterteilung in Submatrizen ist es möglich, Speicherplatz und Rechenzeit zu sparen, da nur diejenigen Submatrizen gespeichert und in die Berechnung einbezogen werden müssen, die mindestens ein von Null verschiedenes Element enthalten. Bei dieser Technik können Submatrizen (Blöcke) variabler oder konstanter Größe zur Anwendung kommen. Ist die Struktur der Matrix im Voraus bekannt, kann eine Unterteilung in Blöcke variabler Größe sehr vorteilhaft sein. Algorithmen zur Optimierung der Blockeinteilung sind jedoch bisher nicht bekannt. In der Praxis wird mit konstanten Blockgrößen gearbeitet /A. Preußner 1975/. Abbildung 4.4 zeigt den Speicherbedarf für das Beispiel in Abb. 4.1 bei Unterteilung in 6×6 Submatrizen. Wählt man größere Submatrizen, so nimmt die Speicherplatzersparnis sehr schnell ab, da die Wahrscheinlichkeit, dass ein von Null verschiedenes Element in einer Submatrix liegt, mit dem Quadrat der Größe der Submatrix zunimmt.

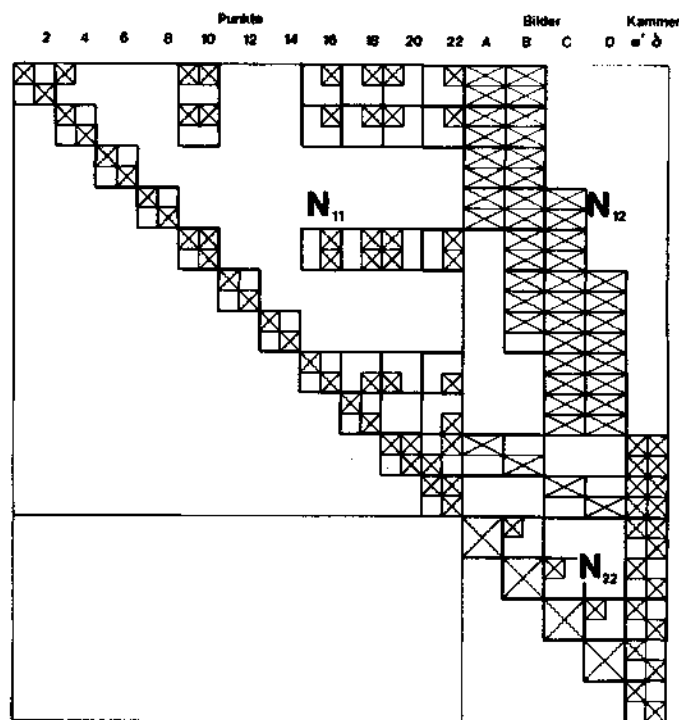


Abb. 4.4: Speicherbedarf bei Unterteilung in Submatrizen konstanter Größe

Für das effektive Arbeiten mit externen Speichern sind andererseits bestimmte Mindestsatzlängen von etwa 1000 Worten erforderlich; eine Blockgröße von 30×30 Elementen wäre daher als Minimum anzusehen. Deshalb ist es sinnvoll, mehrere Submatrizen zu einer Speichereinheit zusammenzufassen /F. Ackermann, H. Ebner und H. Klein 1970/.

Die Lösung des Systems erfolgt dann durch einen Cholesky-Algorithmus, der auf die Submatrizen angewendet wird. Dieser Weg wird im Programm HYCHOL (Hyper-Cholesky) beschriftet /H. Klein 1971/, welches zur Lösung bandförmiger teil reduzierter Normalgleichungssysteme entwickelt wurde. Es ist so flexibel konzipiert, dass es auch anders strukturierte Normalgleichungen lösen könnte. Wegen der unregelmäßigen Besetzungsstruktur im erweiterten funktionalen Modell entstehen jedoch sehr viele Submatrizen und die Rechenzeit steigt daher stark an. Bei mehr als 2000 Unbekannten wird auch diese Methode nach Ansicht des Verfassers sehr unwirtschaftlich.

4.2.3 Sparse-Matrizen

Wegen der besonderen Strukturen photogrammetrischer Normalgleichungen und der günstigen Lösungsmöglichkeiten mit Hilfe der rekursiven Partitionierung ist die Anwendung reiner Sparse-Techniken in der Photogrammetrie bisher nicht bekannt. Zum Verständnis der Verwaltung der Submatrizen bei der rekursiven Partitionierung und der in Kapitel 4.2.2 beschriebenen Lösungsmethode sowie zur Einführung der Profilspeichertechnik und für spätere Vergleiche ist eine kurze Einführung in diese Techniken an dieser Stelle jedoch wichtig.

Bei den Sparse-Techniken werden grundsätzlich nur die von Null verschiedenen Elemente einer Matrix gespeichert und verarbeitet. Die Zuordnung dieser Elemente zu ihrer Position innerhalb der Matrix und der Zugriff darauf erfolgt durch zusätzliche Informationen. Der sich daraus ergebende Speicherbedarf und Rechenaufwand ist sehr unterschiedlich. Je nach der Besetzungsdichte der Matrix und der vorgesehenen Verarbeitungsart kann daher die eine oder andere Sparse-Technik vorteilhaft angewendet werden. In jedem Falle ist der Einsatz von Sparse-Techniken nur dann sinnvoll, wenn trotz der zusätzlich notwendigen Speicherung von Verwaltungsdaten und der zusätzlichen Indexberechnungen insgesamt eine Verringerung von Speicherplatzbedarf und Rechenzeit eintritt.

Bei der Faktorisierung ist von Bedeutung, wie aufwendig es ist, die neu entstehenden Nicht-Null-Elemente mit in die Matrix aufzunehmen. Für die praktische Anwendung bestehen prinzipiell folgende Möglichkeiten der Speicherorganisation /Tewarson 1973, Reid 1977/:

- Speicherung einer Booleschen Begleitmatrix, in der jedes Bit einen Platz der vollen Matrix repräsentiert. Ein Bit wird genau dann auf den Wert Eins gesetzt, wenn das zugehörige Element der Matrix ungleich Null ist und daher gespeichert wird. Die Verarbeitung einer solchen Begleitmatrix ist jedoch in einer höheren Programmiersprache wie FORTRAN umständlich und rechnerabhängig, da spezielle Routinen der Hersteller-Bibliotheken zum Setzen und Abfragen der einzelnen Bits erforderlich sind. Zum Abspeichern neuer Matrixelemente müssen die dahinterstehenden Elemente verschoben werden.
- Bei der Koordinatenmethode wird zu jedem Element die Zeilen- und Spaltennummer gespeichert. Neu entstehende Elemente werden am Ende angefügt und sind daher leicht aufzunehmen. Zum Zugriff auf ein bestimmtes Element wäre jedoch die gesamte Matrix zu durchsuchen. Es empfiehlt sich daher, zusätzlich für jedes Element festzuhalten, an welcher Position das nächste Element der Zeile und das nächste Element der Spalte gespeichert sind. Diese Methode ist sehr flexibel in der Verarbeitung. Pro Matrixelement sind jedoch vier Indices zur Datenverwaltung erforderlich. Damit ist - unter der Voraussetzung einer gleichen Wortlänge für Indices und Matrixelemente - eine Speicherplatzeinsparung erst dann gegeben, wenn in der vollen Matrix mehr als 80 % Nullen enthalten sind. Nachteilig ist bei dieser Methode, dass sowohl bei zeilenweiser als auch bei spaltenweiser Verarbeitung der Matrix auf willkürlich im Kernspeicher verteilte Elemente zugegriffen wird und ständig Indexabfragen erforderlich sind.
- Die Speicherung mit verketteten Listen ist eine eindimensionale Koordinatenmethode. In einem Vektor wird die Adresse des ersten Elementes einer jeden Spalte gespeichert. Zu jedem Element werden dann nur die Zeilennummer und die Adresse des nächsten Elements der Spalte vermerkt. Auch bei dieser Methode lassen sich zusätzliche Elemente leicht aufnehmen; bei der Verarbeitung ist jedoch auch hier auf Elemente zuzugreifen, die willkürlich im Kernspeicher verteilt sind. Eine Speicherplatzeinsparung ergibt sich bei mindestens 70 % Nullen in der Matrix.

- Bei der Speicherung in geordneten Listen enthält – wie vor – ein Vektor die Adresse des ersten Elements einer jeden Spalte. Die Elemente einer Spalte werden nach aufsteigenden Zeilennummern geordnet und gemeinsam mit der Zeilennummer gespeichert. Bereits ab etwa 55 % Nullen in der Matrix ergibt sich eine Speicherplatzersparnis.

Das Aufnehmen neuer Elemente in die Matrix ist jedoch sehr aufwendig, da die alten Elemente inklusive Zeilennummern zu verschieben sind. Weiter muss der Adressvektor für die ersten Elemente der Spalte neu gesetzt werden. Daher kommt eine Anwendung dieser Technik für eine Faktorisierung nicht in Betracht, wenn die faktorierte Matrix auf dem Speicherplatz der ursprünglichen Matrix gebildet werden soll.

Diese Sparse-Techniken sind bezüglich des Speicherplatzbedarfs für die Elemente der Matrix optimal. Der Speicheraufwand für die zusätzlichen Informationen ist jedoch sehr groß.

Bei der Gleichungslösung entstehen neue Elemente in der Matrix, deren Anzahl und Position im Voraus nicht bekannt sind. Daher wird die Programmierung recht aufwendig, und die zunächst zu vermutenden Rechenzeitvorteile gehen durch die aufwendigen Indexberechnungen und Verwaltungsoperationen wieder verloren.

4.2.4 Einsatz der Profil Speichertechnik

Bei der Profilspeichertechnik /A. Jennings 1966/ wird von jeder Spalte der Teil vom ersten Nicht-Null-Element bis zur Diagonalen gespeichert. Diese Elemente bilden das Profil der Matrix (Abb. 4.5). Die Begrenzungslinie des Profils bezeichnet man als Hülle der Matrix.

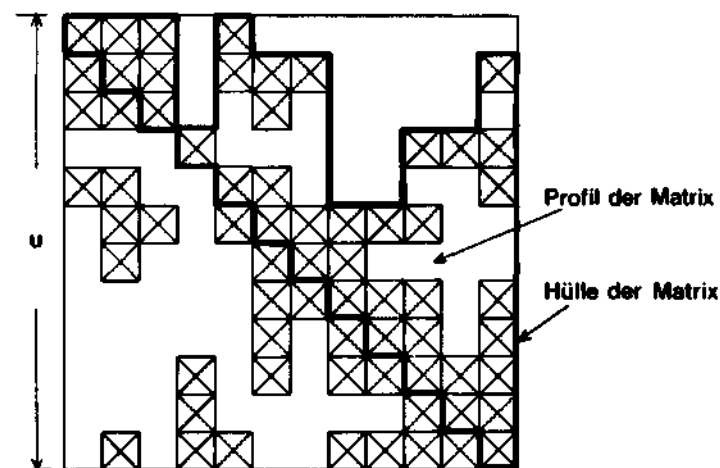


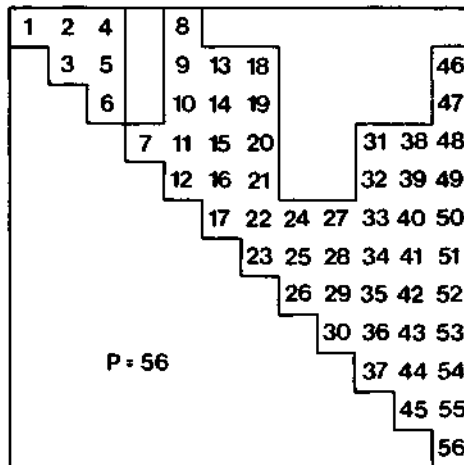
Abb. 4.5: Profil und Hülle einer symmetrischen Matrix

Der Profilvektor p gibt für jede Spalte j an, welcher Zeile i das erste gespeicherte Element dieser Spalte angehört. Das Profil berechnet sich dann aus

$$P = u + \sum_{j=1}^u (j - p_j) \quad (4.5)$$

Die Verwaltung der Matrixelemente erfolgt nach Jennings mit einem Vektor, in dem die Speicherplatzadressen der Diagonalelemente angegeben sind. Die Elemente des Profilvektors können aus dem Adressvektor berechnet werden, eine zusätzliche Speicherung ist daher nicht erforderlich (Abb. 4.6).

j:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Spaltennummer
p:	1	1	1	4	1	2	2	6	6	4	4	2	Profilvektor
a:	1	3	6	7	12	17	23	26	30	37	45	56	Adreßvektor



$$a_1 = 1$$

$$a_j = j + a_{j-1} - p_j + 1 \quad (4.6)$$

$$p_j = j + a_{j-1} - a_j + 1 \quad (4.7)$$

Abb. 4.6: Speicherschema der Profilspeichertechnik

Ist die Matrix größer als der zur Verfügung stehende Kernspeicher, können jeweils mehrere Spalten zu Blöcken zusammengefasst extern gespeichert werden.

Im Gegensatz zu den reinen Sparse-Techniken wird hier eine Anzahl von Nullen mit gespeichert. Zum Ausgleich dafür erhält man zwei wesentliche Vorteile:

- Die Datenverwaltung ist einfacher und erfordert nur wenig zusätzlichen Speicherplatz.
- Bei der Cholesky-Zerlegung (4.2) neu entstehende Elemente liegen innerhalb der Hülle der Matrix **N**. Der Speicherplatz für diese Elemente ist dadurch bereits reserviert /H.R. Schwarz 1980, S. 192/

Die Elemente c_{ij} der Dreiecksmatrix **C** ergeben sich jeweils aus einem Skalarprodukt von Teilen der Spalten i und j und dem zugehörigen Element n_{ij} aus **N**.

$$c_{jj} = (n_{jj} - \sum_{k=m}^{j-1} c_{kj}^2)^{1/2} \quad (4.8 \text{ a})$$

$$c_{ij} = (n_{ij} - \sum_{k=m}^{i-1} c_{ki} \cdot c_{kj}) / c_{ii} \quad (4.8 \text{ b})$$

$$\text{mit } m = \begin{cases} p_i, & \text{wenn } p_i \geq p_j \\ p_j, & \text{wenn } p_j > p_i \end{cases} \quad (4.8 \text{ c})$$

Die Faktorisierung kann spaltenweise innerhalb der Hülle der Matrix auf dem Speicherplatz von **N** erfolgen. Alle diese Vorteile führen zu dem Schluss, dass die Profilspeichertechnik und die Cholesky-Zerlegung optimal aneinander angepasst sind.

Die erste bekannte Veröffentlichung über eine Anwendung dieser Speicherform im Bereich der Geodäsie stammt von J. L. Menestrel /1969/. Sie wurde zur Ausgleichung geodätischer Netze

benutzt. Diese Technik könnte nun direkt auch auf Normalgleichungen photogrammetrischer Bündelblöcke mit erweitertem funktionalen Modell (Abb. 4.2) angewendet werden, da eine günstige Anpassung an die Matrizenstruktur möglich ist. Mit zunehmender Blockgröße steigt jedoch die Anzahl der im Profil enthaltenen Null-Elemente sehr stark an und erreicht bei großen Blöcken Anteile von über 99 %. Abbildung 4.7 zeigt das Profil der Matrix aus Abb. 2.1. Der Anteil der enthaltenen Nullen liegt hier bereits bei 82 %.

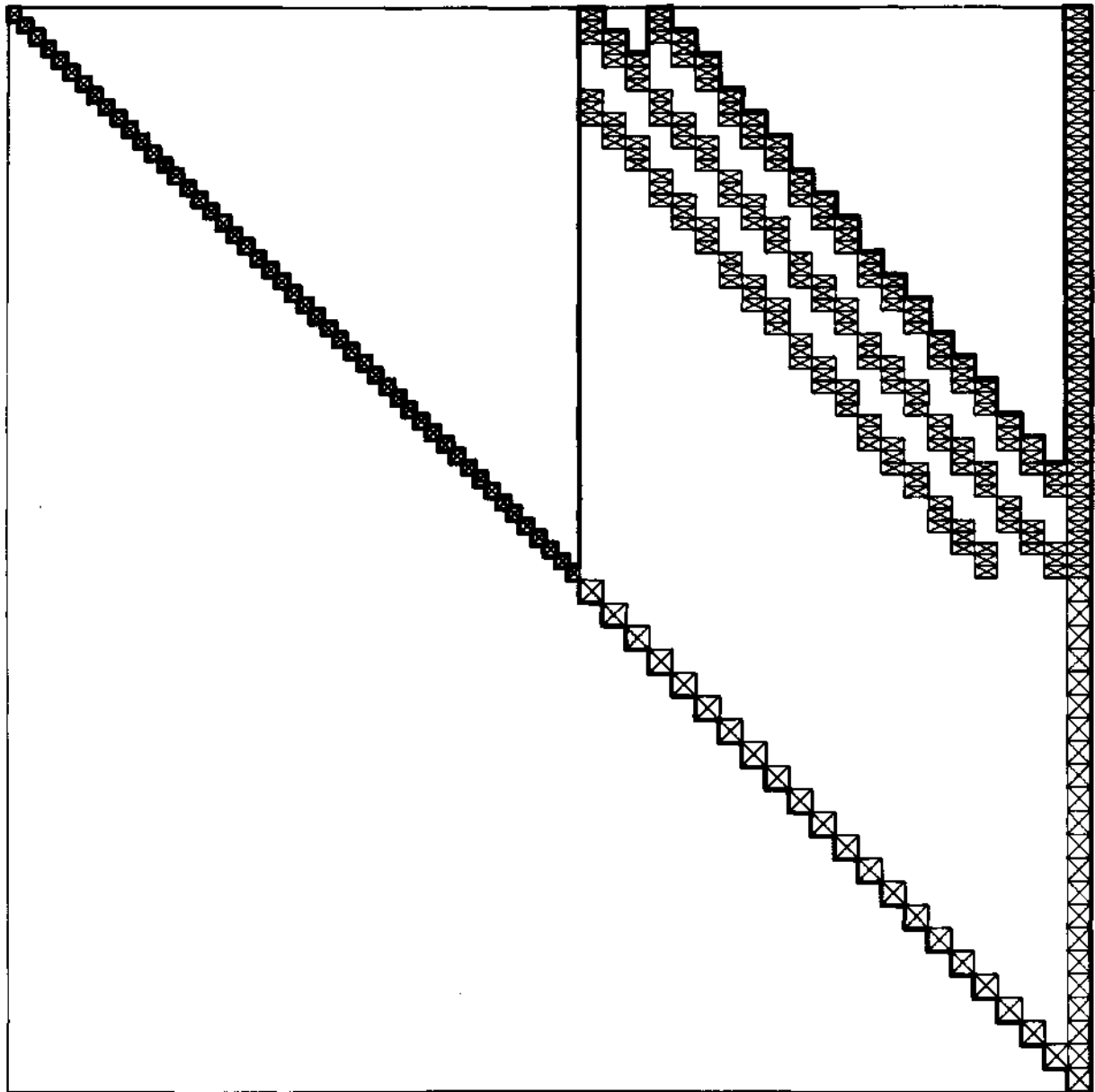


Abb. 4.7: Profil der Normalgleichungsmatrix zu Abb. 2.1

Der Rechenaufwand steigt mit zunehmender Größe des Profils stark an und kann bei etwa 5000 Unbekannten mehr als einhundertmal größer sein als bei der rekursiven Partitionierung /E. Kruck 1982/. Eine direkte Anwendung dieser Methode auf herkömmlich strukturierte Normalgleichungsmatrizen ist daher ausgeschlossen. Es ist anzustreben, durch Umsortieren der Unbekannten ein kleines Profil zu erhalten, in dem der Anteil der eingeschlossenen Null-Elemente auch bei großen Systemen auf etwa 75 % begrenzt ist. Wie wichtig diese Aufgabe ist, wird besonders deutlich, wenn man bedenkt, dass eine Reduktion des Anteils der enthaltenen Null-Elemente von 99 % auf 90 % die Profilgröße bereits auf ein Zehntel reduziert. Damit aber

sinkt gleichzeitig der Rechenaufwand auf ein Hundertstel, wie in Kapitel 4.3.3 durch Formeln belegt werden wird.

Welche Art der Numerierung der Unbekannten zu einem minimalen Profil führt, wird an einem kleinen Beispiel gezeigt: Der Matrix in Abb. 4.5 mit dem Profil $P = 56$ liegt das Netz der Abb. 4.8 zugrunde. Die in Abb. 4.9 gewählte Reihenfolge der Unbekannten ergibt die minimale Bandbreite des Netzes und mit $P = 46$ bereits ein recht günstiges Profil. Das mit $P = 42$ kleinste Profil, das durch manuelle Umsortierung gefunden werden konnte, ist in Abb. 4.10 dargestellt.

Bemerkenswert sind die turmartig herausragenden Spalten der Punkte 2, 6, 10 und 12. Diese Punkte weisen im Verhältnis zu ihren Nachbarn große Verknüpfungszahlen v auf (Abb. 4.10) und stehen überwiegend hinter den Punkten, mit denen sie verknüpft sind. Diese Erkenntnis allein reicht jedoch nicht aus, um allgemeine Bedingungen für ein minimales Profil zu formulieren. Das minimale Profil kann durch Prüfen aller Kombinationen herausgefunden werden. Der dafür notwendige Rechenaufwand ist jedoch wesentlich größer als der für die Auflösung einer voll besetzten Matrix. Aus der Literatur bekannte Algorithmen zur Umsortierung streben daher stets nur eine möglichst kleine Bandbreite bzw. ein möglichst kleines Profil an.

4.2.5 Algorithmen zur Umsortierung

Algorithmen zur Bandbreitenminimierung sind oft wesentlicher Bestandteil von Blockausgleichungsprogrammen /F. Ackermann, H. Ebner und H. Klein 1970, K. Haag 1977, B. Wrobel und S. Gottschalk 1977/. Sie optimieren die Reihenfolge der Bilder zur Erzielung einer möglichst kleinen Bandbreite im teilreduzierten Normalgleichungssystem. Anwendungen auf die ursprüngliche Normalgleichungsmatrix einer Blockausgleichung sind bisher nicht bekannt.

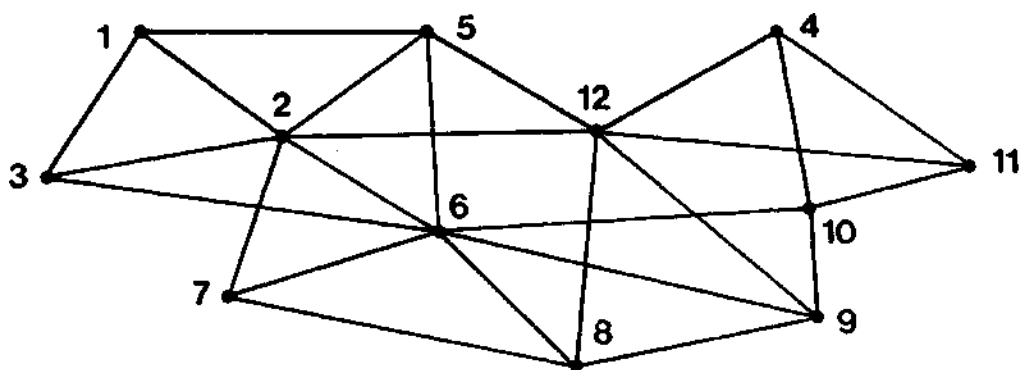


Abb. 4.8: Beobachtungsnetz

Nr.: 1 3 7 2 5 6 8 12 9 10 11 4

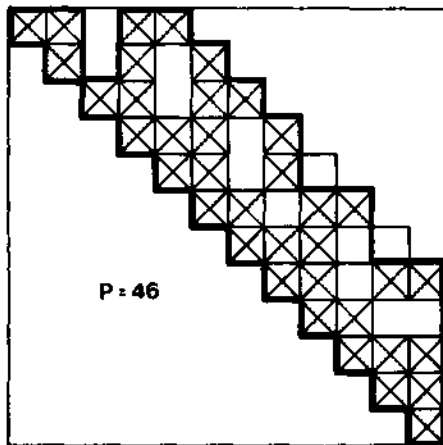


Abb. 4.9: Profil nach Bandbreiten-minimierung

v: 3 3 4 6 3 5 4 7 3 3 5 6
Nr.: 3 1 5 2 7 8 9 6 11 4 10 12

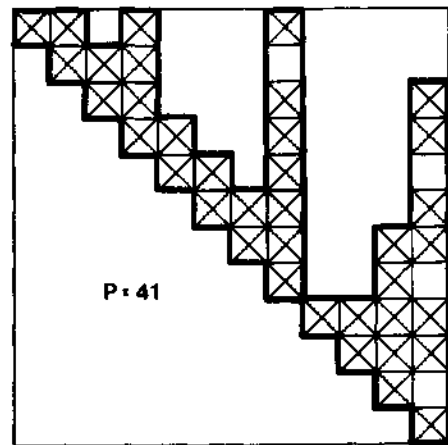


Abb. 4.10: Kleinstes Profil

In Betracht kommen Algorithmen nach Cuthill und McKee, nach Gibbs, Pool und Stockmeyer, nach Rosen, nach King, nach Snay u.a.m. /E. Cuthill 1972, R. Tewarson 1973, R.A. Snay 1976, J. Bunch und D. Rose 1976, A. George 1977, H.R. Schwarz 1980/. Grundsätzlich lassen sich zwei Gruppen unterscheiden:

- Algorithmen, die speziell für Anwendungen der Methode der finiten Elemente entwickelt wurden und mit Hilfe der Graphentheorie das Gebiet ordnen, um eine minimale Bandbreite zu erzielen. Die Punkte werden dabei als Knoten bezeichnet, die Verbindungen zwischen den Knoten, die durch die Messungen entstehen, als Kanten und die Anzahl der Verknüpfungen (Kanten) eines Punktes nennt man den Grad des Knotens /F. Harary 1974/. Ausgehend von einem oder zwei Anfangspunkten wird das Gebiet aufgrund der Kanten stufenweise hierarchisch in Teilgebiete untergliedert und innerhalb der Stufen nach aufsteigenden Graden sortiert (Cuthill-McKee (CM), Gibbs-Pool-Stockmeyer) /H.R. Schwarz 1980/.
- Eine andere Möglichkeit besteht in der Umsortierung einer bereits aufgestellten Normalgleichungsmatrix oder ihres verkleinerten Abbildes. In diesem Abbild wird für jede 3x3 Submatrix nur ein Element gespeichert. Es wird dabei nach bestimmten Regeln versucht, das jeweils am weitesten von der Diagonalen entfernte Element (n_{ij} mit $j - i = \text{Max.}$) durch Tauschen von Zeilen und Spalten näher an der Diagonalen zu platzieren (Rosen-Algorithmus) /H.R. Schwarz 1980/.

Beide Methoden werden jedoch sehr rechenzeitaufwendig, wenn bei großen Systemen die Sortierung mit Hilfe externer Speicher erfolgen muss. Auch liefern die genannten Algorithmen zwar ein kleines Band bzw. Profil, eine einfache manuelle Sortierung ist ihnen bei den normalerweise regelmäßig strukturierten photogrammetrischen Blöcken jedoch deutlich überlegen. Es gilt also, Methoden zu finden, die auch bei großen Systemen ihre Effizienz in Bezug auf Speicherplatz- und Rechenzeiterparnis nicht verlieren. Zu diesem Zweck wurde im Rahmen dieser Arbeit ein neues Verfahren zur Strukturierung der Normalgleichungsmatrix entwickelt.

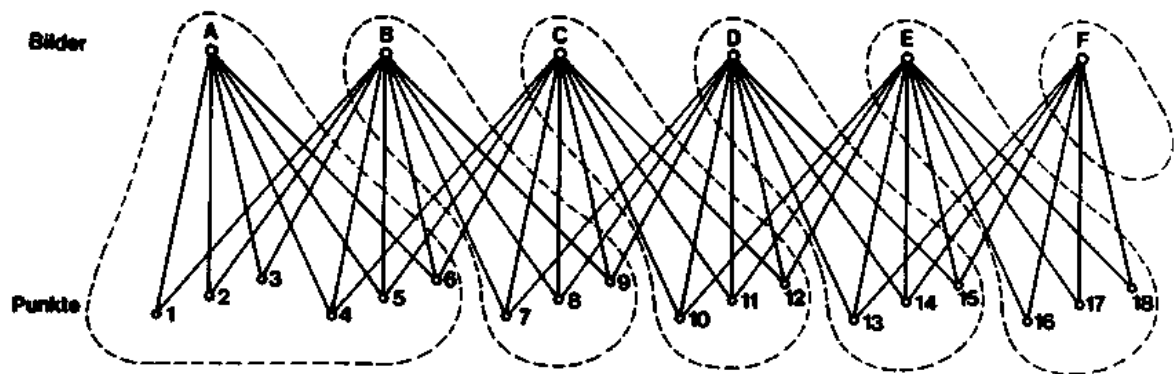


Abb. 4.11: Numerierungsgebiete eines Bildstreifens bei der neu entwickelten Methode

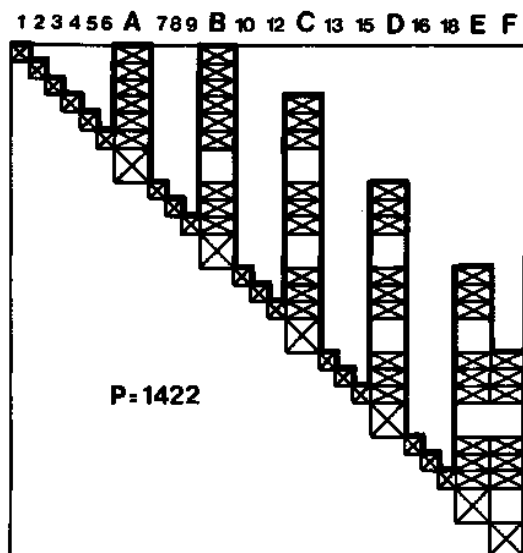


Abb. 4.12: Matrizenstruktur bei der neu entwickelten Methode

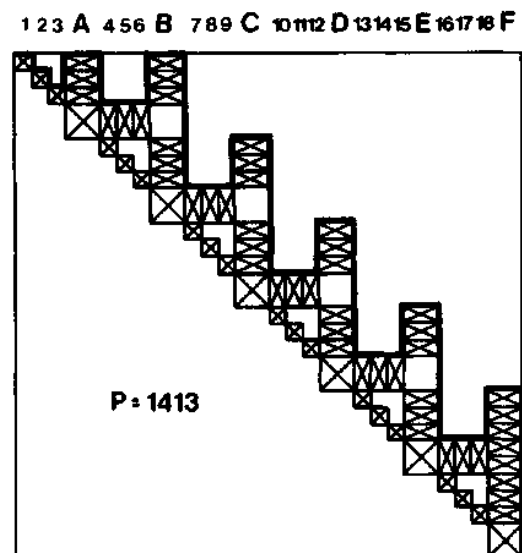


Abb. 4.13: Kleinstes Profil, erzielt durch manuelle Sortierung

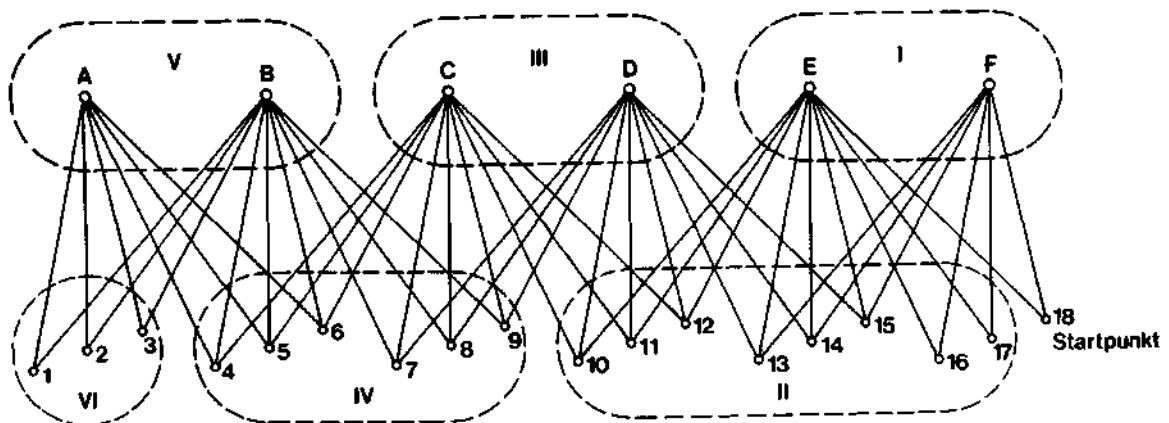


Abb. 4.14: Numerierungsstufen nach Cuthi11-McKee

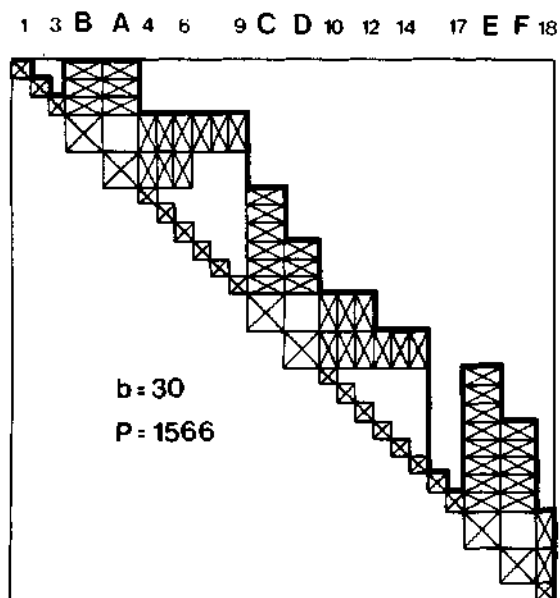


Abb. 4.15: Profil bei Anwendung des Reverse-Cuthill -McKee Algorithmus

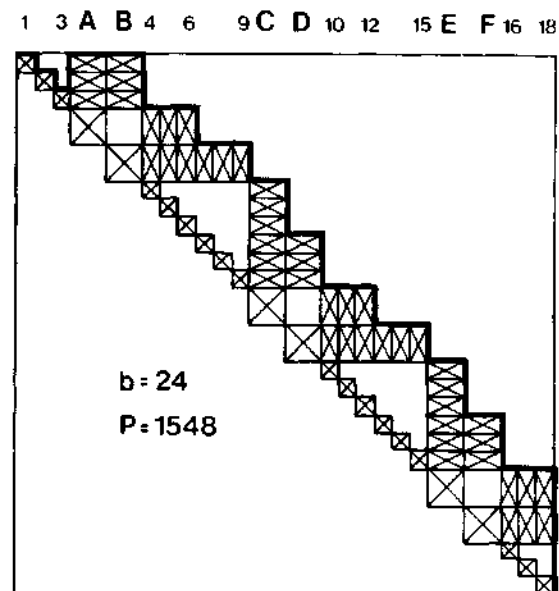


Abb. 4.16: Kleinste Bandbreite erzielt durch manuelle Sortierung

4.3 Neustrukturierte Normalgleichungsmatrix

Grundgedanke aller Band- und Profilloptimierungsalgorithmen ist es, miteinander verknüpfte Elemente nahe beieinander in der Normalgleichungsmatrix anzuordnen. Nach der CM-Methode erfolgt die Numerierung dabei in kleinen Teilgebieten (Stufen), wobei innerhalb der Stufen die Elemente mit der stärksten Verknüpfung möglichst weit hinten angeordnet sind. In Abb. 4.10 war zu sehen, dass auch dort durch die Struktur der Matrix das Gesamtnetz in 3 Teile mit den Punktgruppen 3-1-5-2, 7-8-9-6 und 11-4-10-12 eingeteilt ist. Diese einfache Strategie führt stets zu sehr viel günstigeren Profilen als eine ungeordnete Reihenfolge der Unbekannten. Bei geodätischen Netzen könnte man daher die Unbekannten nach Planquadraten oder Kartenblättern ordnen. Im Folgenden wird eine entsprechende Methode für photogrammetrische Netze entwickelt, wobei die starre Trennung zwischen Bild- und Punktunbekannten in der Normalgleichungsmatrix aufgegeben wird.

4.3.1 Strukturen bei photogrammetrischen Beobachtungen

Bei der neu entwickelten Methode wird jedem Numerierungsgebiet jeweils ein Bild und die in diesem Bild neu zum Block hinzukommenden Punkte zugeordnet. Innerhalb der Numerierungsgebiete sind die Bilder am stärksten verknüpft und werden daher hinter den Punkten angeordnet. Als erstes Testobjekt für diese neue Methode wird ein Bildstreifen herangezogen (Abb. 4.11). Es ergibt sich die in Abb. 4.12 dargestellte Matrizenstruktur. (Aus Darstellungsgründen sind die Submatrizen auf der Diagonalen voll ausgezeichnet. Die Elemente unterhalb der Diagonalen werden jedoch nicht mit gespeichert.) Mit $P = 1422$ liefert diese einfache Methode ein sehr günstiges Profil.

Das mit $P = 1413$ kleinste Profil für das gezeigte Beispiel ergibt sich durch manuelle Sortierung der Unbekannten (Abb. 4.13). Der Gewinn gegenüber der neu entwickelten Methode ist jedoch unerheblich und wird bereits durch einen einzigen zusätzlichen Punkt, der nicht an einem

Streifenende liegt, aufgehoben. Bei jedem weiteren Punkt ist dann die in Abb. 4.13 gezeigte Numerierungsart unterlegen. Außerdem lässt sich dieses Profil nicht durch eine einfache Strategie automatisch erzeugen.

Zum Nachweis der Leistungsfähigkeit der neu entwickelten Methode erfolgt auch ein Vergleich mit dem CM-Algorithmus. Folgende Schritte sind bei der CM-Methode auszuführen:

Ausgehend von einem Knoten mit minimalem Grad (z.B. Punkt 18) gehören zur ersten Numerierungsstufe alle mit dem Startpunkt verbundenen Knoten (E, F). Zur zweiten Stufe gehören alle Knoten, die durch eine Kante mit einem Knoten der I. Stufe verbunden sind und noch keiner Stufe angehören. Dieses Verfahren wird so lange fortgesetzt, bis alle Knoten erfasst sind. Abbildung 4.14 zeigt die entstehenden Stufen, in deren Innerem die Knoten nach aufsteigendem Grad geordnet sind.

Anschließend kehrt man die Reihenfolge der Knoten insgesamt um (Reverse-Cuthill-McKee (RCM)). Dabei bleibt die Bandbreite erhalten, es ergibt sich jedoch ein günstigeres Profil (Abb. 4.14) /Schwarz 1980/.

Die kleinste Bandbreite erhält man durch Tauschen der Bilder A und B sowie Verschieben der Punkte 16 und 17 hinter Bild F. Das Profil bleibt dabei mit $P = 1548$ fast unverändert (Abb. 4.16) und ist deutlich größer als in Abb. 4.12.

Für das gewählte Beispiel wurde das kleinste Profil durch manuelle Sortierung erzielt (Abb. 4.13). Diese Art der Numerierung führt jedoch nur bei höchstens 9 Punkten pro Bild zu einem günstigeren Ergebnis als die neue Numerierung in Abb. 4.12. Da in der Praxis stets mehr als 9 Punkte gemessen sind, kann zusammenfassend festgestellt werden: Die neue Numerierung liefert für Bildstreifen ein minimales Profil.

Als zweites Testobjekt wird der in Abb. 2.1 gezeigte Bildverband herangezogen. Dazu wird die neu entwickelte Methode noch erweitert und etwas verfeinert:

- Die Numerierung der Bilder erfolgt quer zur größten Blockausdehnung.
- Innerhalb der Numerierungsstufen (Bilder) werden die neu hinzukommenden Punkte nach aufsteigenden maximalen Bildnummern geordnet. Es wird daher z.B. Punkt 10, der noch in Bild 8 angemessen ist, hinter Punkt 9 angeordnet, welcher zuletzt in Bild 7 vorkommt (Abb. 4.17). Damit werden die Zeilennummern im Profilvektor für die nachfolgenden Bilder groß und das Profil klein gehalten.

Aus dieser Numerierung resultiert für das gewählte Beispiel eine Profilgröße von $P = 10455$, während das Profil bei kleinster Bandbreite ($b = 54$) mit $P = 11220$ wieder deutlich größer ausfällt (ohne Abb.). Zwar kann durch ein paar manuelle Umnumerierungen das Profil in Abb. 4.17 noch geringfügig verkleinert werden, für die Praxis ist dies jedoch ohne Bedeutung. Daher gilt: Für Bildverbände liefert die neue Numerierung ein fast minimales Profil.

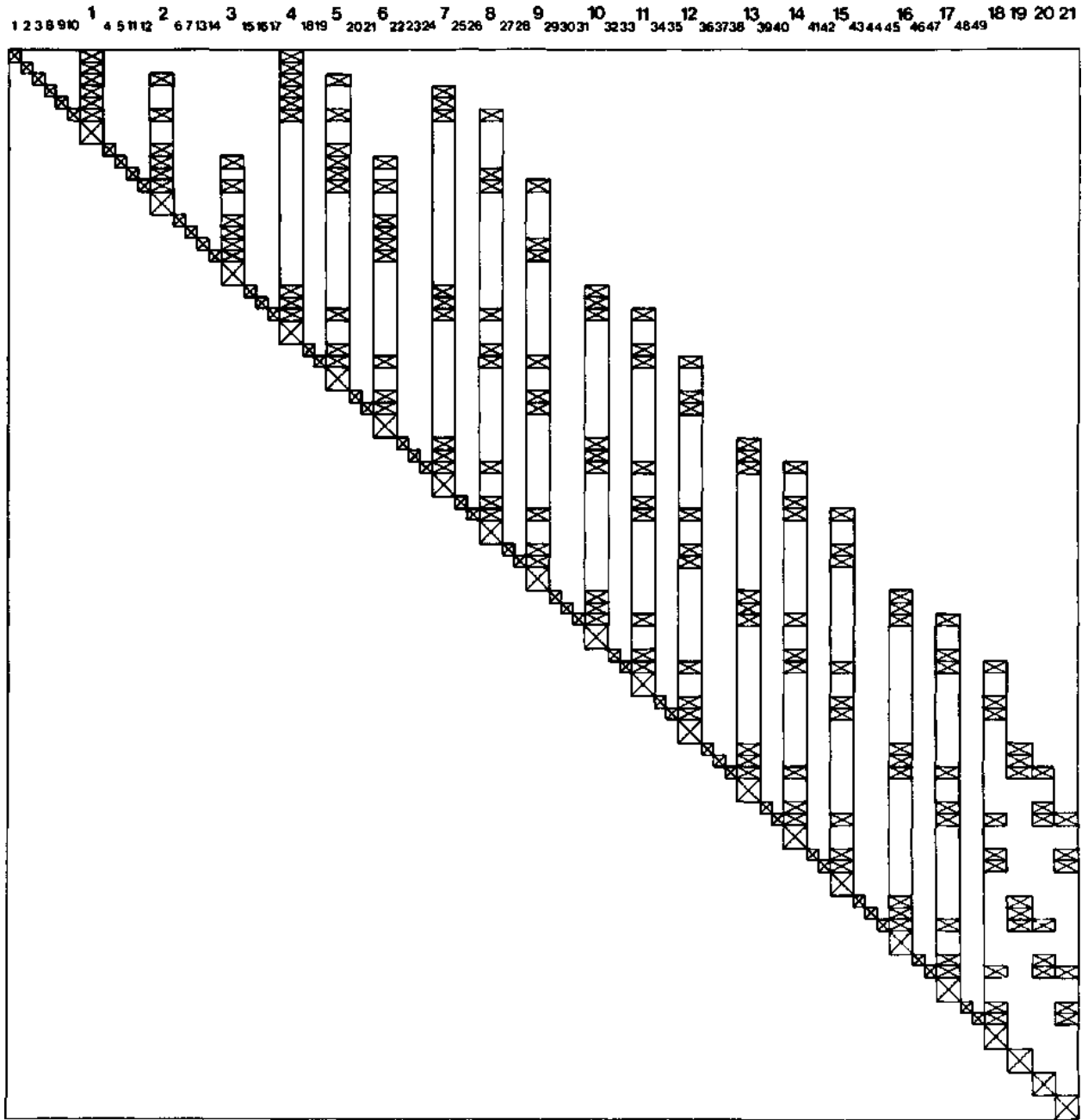


Abb. 4.17: Normalgleichungsmatrix mit neuer Numerierung der Unbekannten
für das Beispiel Abb. 2.1

4.3.2 Strukturen bei zusätzlichen Beobachtungen

Eine optimale Anpassung der Reihenfolge der Unbekannten bei zusätzlichen Beobachtungen, wie sie in Kapitel 3.2 und 3.3 angegeben sind, ist eine schwierige Aufgabe. Da die Punkte jedoch aufgrund des beschriebenen Numerierungsalgorithmus flächenhaft günstig verteilt sind und bei geodätischen Messungen das Prinzip der Nachbarschaft gewahrt wird, kann man darauf vertrauen, dass die zusätzlichen Beobachtungen das Profil nicht übermäßig vergrößern. Besondere Maßnahmen sind daher zunächst nicht vorgesehen.

Netzpunkte, die nicht durch Bildmessungen erfasst sind, kann man nachträglich vor oder hinter den Unbekannten, mit denen sie verknüpft sind, in das Normalgleichungssystem einfügen. Im Beispiel Abb. 4.1 sind die Punkte 19 - 21 betroffen. Man erhält das in Abb. 4.18 dargestellte Profil, wenn

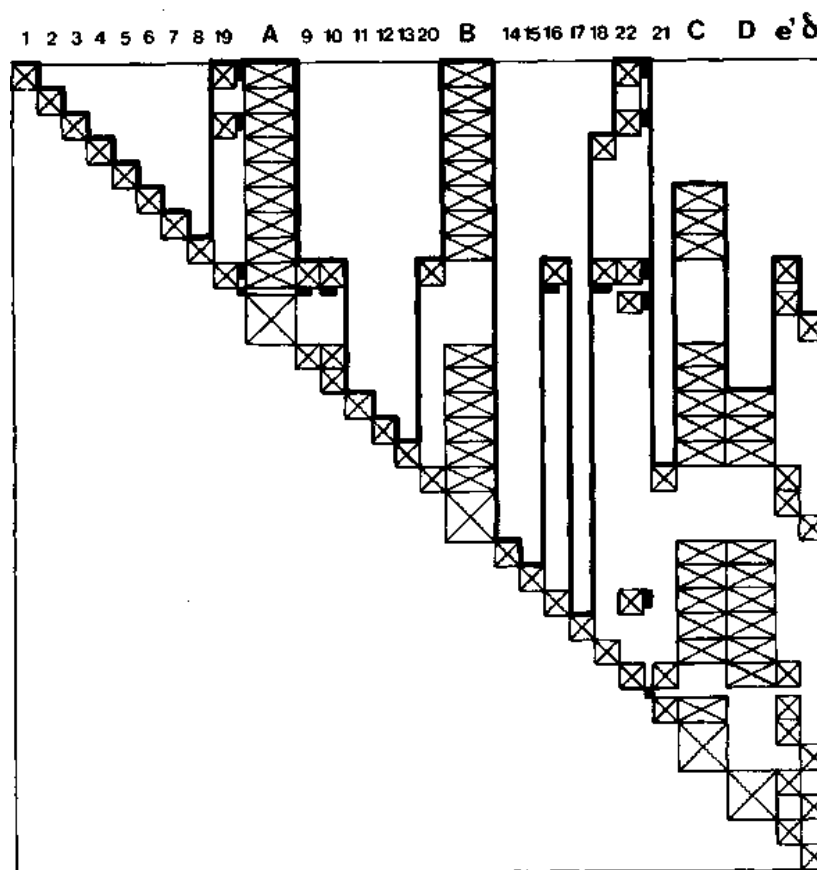


Abb. 4.18: Normalgleichungsmatrix mit neuer Numerierung der Unbekannten für das Beispiel Abb. 4.1

die Orientierungsunbekannten der Richtungssätze mitgeführt und direkt hinter dem jeweiligen Standpunkt eingeschoben werden. Während man bei der rekursiven Partitionierung diese Orientierungsunbekannten vorweg eliminiert, um mit einheitlichen Submatrizengrößen 3x3 und 3x6 zu arbeiten, ist bei direkten Auflösungsverfahren das Mitführen dieser Unbekannten sinnvoll, da auf diese Weise weniger Elemente in der Matrix entstehen /G. Schmitt 1973/. Außerdem ist es vorteilhaft, dass man bei der Berechnung der Zuschläge zu den Unbekannten sowie bei der abschließenden Berechnung der Verbesserungen und der Redundanzanteile der Beobachtungen diesen Reduktionsschritt nicht wieder rückgängig machen muss.

Die Unbekannten der Aufnahmestandpunkte 19 - 21 sind in der Matrix vor den zugehörigen

Bildunbekannten platziert. Die Unbekannten der Standpunkte, auf denen Richtungssätze gemessen worden sind, stehen in der Matrix am günstigsten hinter den zugehörigen Zielpunkten. Eine gemeinsame Einfügung der Punkte 19- 22 hinter Punkt 18 ergäbe hier ein kleineres Profil. Auch für große Systeme sind kleine Profiländerungen jedoch relativ unbedeutend, so dass eine vollständige Optimierung nicht angestrebt werden muss.

4.3.3 Theoretischer Aufwand zur Gleichungslösung und zur Inversion der Normalgleichungsmatrix

Zur Ermittlung des Rechenaufwandes für die Faktorisierung wird eine mittlere Bandbreite b definiert, die die Diagonale einschließt (Abb. 4.19). Aus Abb. 4.19 ist abzulesen:

$$u^2 = (u - b) \cdot (u - b + 1) + 2P - u$$

Aufgelöst nach b folgt daraus

$$b = u + \frac{1}{2} - \sqrt{\left(u + \frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot P} \quad (4.9)$$

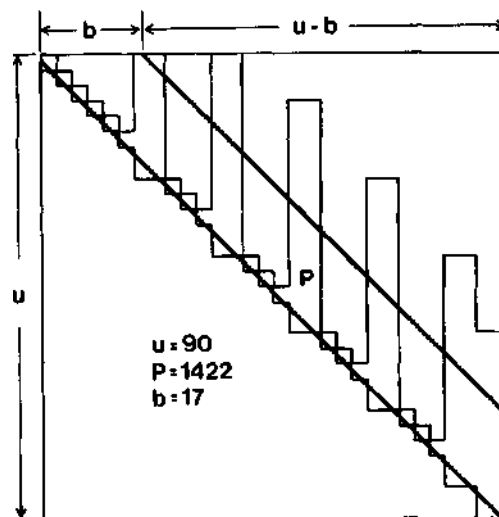


Abb. 4.19: Mittlere Bandbreite des Profils

Die Anzahl a der für die Zerlegung notwendigen Multiplikationen gibt ein Maß für den Rechenaufwand und kann sehr gut abgeschätzt werden mit:

$$a = b^2 \cdot \left(\frac{u}{2} - \frac{b}{3}\right) \quad (4.10)$$

Die in der Literatur für Bandmatrizen angegebene Aufwandsformel mit $a = b^2 \cdot u/2$ ist für breite Bänder zu grob. Die Richtigkeit von (4.10) kann am Sonderfall $b = u$ geprüft werden. Man erhält dann die bekannte Aufwandsformel für voll besetzte Matrizen: $a = u^3/6$.

Für die Ermittlung des Lösungsvektors sind $b \cdot u$ Multiplikationen erforderlich
/A. Björck und G. Dahlquist 1972/.

Die komplette Berechnung der im Allgemeinen voll besetzten Inversen $\mathbf{N}^{-1}$ ist für große Blöcke wegen des Rechenaufwandes von $u^3/2$ Multiplikationen nicht möglich. Für die meisten

praktischen Anforderungen (Fehlerellipsen, innere Zuverlässigkeit, Korrelationsanalysen) ist es jedoch ausreichend, den Teil der Inversen zu kennen, der in der Hülle der Matrix **N** liegt (Profilinverse). Die Berechnung von $\mathbf{N}^{-1}$ nach der Formel $\mathbf{C} \cdot \mathbf{N}^{-1} = \mathbf{C}^{-1T}$ kann auf die Profilinverse beschränkt werden, da bei Anwendung dieser Formel diejenigen Elemente von $\mathbf{N}^{-1}$, die außerhalb des Profils von **N** liegen, nur mit solchen Elementen von **C** zu kombinieren sind, die außerhalb des Profils von **C** liegen. Diese sind aber gleich Null. Für die Berechnung dieser Teilinversen aus **C** heraus sind doppelt so viele Multiplikationen erforderlich, wie zur Berechnung von **C** nach (4.10).

Fragen des Datentransports von und nach externen Speichermedien sowie der Datenverwaltung sind weitere, für die praktischen Berechnungen wichtige Aufwandsfaktoren, die noch in den folgenden Kapiteln berücksichtigt werden.

4.3.4 Verhalten bei Änderung der Unbekanntenanzahl oder der Struktur des Blockes

Für die vergleichende Beurteilung der verschiedenen Möglichkeiten zur Gleichungslösung ist die Änderung des Rechenaufwandes bei einer Erhöhung der Unbekanntenanzahl oder einer Vergrößerung des Profils von Bedeutung. In großen Blöcken ist stets: $b \ll u$. Anstelle (4.9) und (4.10) gilt dann in guter Näherung:

$$b = \frac{p}{u}$$

und

$$a = \frac{b^2 u}{2} = \frac{p^2}{2u} \quad (4.11)$$

Der Rechenaufwand wächst also mit dem Quadrat der Profilgröße bzw. bei einer Erhöhung der Unbekanntenanzahl proportional zum Quadrat der Bandbreite. Die wesentliche Frage, wie der Rechenaufwand bei einer Erhöhung der Punktzahl, also bei einer stärkeren Verknüpfung der Bilder wächst, ist damit jedoch noch nicht geklärt, da die Änderungen des Profils und der Bandbreite zunächst nicht bekannt sind. Diese Frage lässt sich am sichersten durch praktische Versuche klären. In vier sehr unterschiedlich strukturierten Bündelblöcken wurden daher jeweils drei zufällig ausgewählte Punkte aus dem Block entfernt, um die Auswirkungen auf die Bandbreite zu beobachten. Damit die Zuverlässigkeit der Ergebnisse gewährleistet ist, wurden für jeden Testblock jeweils vier Versuche mit verschiedenen Punktgruppen ausgeführt. In 11 Fällen stieg die mittlere Bandbreite dabei leicht an, nur in 5 Fällen wurde sie geringfügig kleiner (Tab. 4.1).

Blockname	Bilder	Punkte	Unbekannte	mittlere Bandbreite	Änderung der Bandbreite bei Versuch Nr.			
					1	2	3	4
Hamburg	24	95	438	79	+ 0,13	- 0,22	+ 0,04	+ 0,05
Jemijärvi	24	156	619	44	+ 0,07	+ 0,05	+ 0,01	+ 0,27
Kühl türm	54	590	2094	141	+ 0,03	+ 0,04	+ 0,16	+ 0,06
Bolivien	241	573	3165	63	- 0,01	- 0,02	- 0,14	- 0,04

Tabelle 4.1: Änderung der Bandbreite durch Löschen von drei Punkten im Block

Daraus kann man schließen, dass bei einer Erhöhung der Punktzahl pro Bild die Bandbreite im

Mittel nicht steigt. Da der Rechenaufwand proportional zum Quadrat der Bandbreite ist, wächst er hier nur linear mit der Anzahl der Unbekannten. Dieses ist ein wesentlicher Vorteil der neu entwickelten Methode. Ein so günstiges Ergebnis ist bei einer anderen Numerierung der Unbekannten - etwa mit minimaler Bandbreite (Abb. 4.15) - nicht zu erzielen. Dort steigt bei zunehmender Punktzahl die Bandbreite linear an und der Rechenaufwand mit der dritten Potenz.

4.4 Theoretischer Vergleich der Lösungsmethoden

Für die Lösung großer Gleichungssysteme mit erweitertem funktionalen Modell wird laut Literatur bisher nur die rekursive Partitionierung benutzt. Ohne andere Möglichkeiten ganz außer Acht zu lassen, wird die neue Methode daher hauptsächlich mit der rekursiven Partitionierung verglichen. Dabei sollen nicht nur Rechen- und Speicheraufwand erfasst, sondern auch Aspekte wie Flexibilität und Universalität berücksichtigt werden. Auch Möglichkeiten zur Nutzung besonderer Hardware-Komponenten moderner Rechenanlagen finden Beachtung. Der zu erwartenden Rechenzeit kommt bei dem Vergleich jedoch die zentrale Bedeutung zu, da sie darüber entscheidet, ob eine Methode überhaupt anwendbar ist. Die Aufstellung und Inversion einer vollen oberen Dreiecksmatrix bleibt daher von vornherein außer Betracht, obwohl Programmieraufwand, Flexibilität und Universalität herausragend günstig sind. Die Anwendung der Profilspeichertechnik für herkömmlich strukturierte Normalgleichungen ist wegen des hohen Rechenaufwandes bei großen Systemen ebenfalls ausgeschlossen und wird daher nur zu Vergleichszwecken herangezogen.

4.4.1 Fill-In bei der Matrizenzerlegung

Von bedeutendem Einfluss auf die Rechenzeit sind die während der Zerlegung neu entstehenden Nicht-Null-Elemente. Art und Umfang des Auffüllens mit Nicht-Null-Elementen (Fill-In) bei der Faktorisierung und der rekursiven Partitionierung hängen nicht von einem bestimmten Rechenverfahren, sondern nur von der Struktur der Matrix ab und können mit Hilfe der Graphentheorie untersucht werden. Es gilt folgendes Bildungsgesetz:

"Wird ein Knoten reduziert, so entstehen neue Kanten zwischen allen Knoten, die mit dem reduzierten Knoten durch eine Kante verbunden sind."

Danach entstehen z.B. in Abb. 4.21 beim Reduzieren des Knotens Nr. 2 die Kanten zwischen den Knoten 6 und 7, 7 und 8 sowie 6 und 8. Durch die Reihenfolge der Numerierung kann in vielen Fällen das Fill-In beeinflusst werden. In Abb. 4.20 ist die Numerierung offensichtlich sehr ungünstig, da das gesamte Profil gefüllt wird.

Obwohl der gezeigte Graph kaum Ähnlichkeit mit dem photogrammetrischer Bündel hat, entsteht durch die Numerierung in Abb. 4.21 eine Matrizen-Struktur, wie sie bei Bündelausgleichungen auftritt. Durch das Reduzieren erhält man die typische Bandstruktur in $\mathbf{N}_{22}$. In $\mathbf{N}_{12}$ gibt es aufgrund des genannten Bildungsgesetzes kein Fill-In, da die Knoten in $\mathbf{N}_{11}$ nicht untereinander, sondern nur mit denen in $\mathbf{N}_{22}$ verbunden sind. In Abb. 4.20 dagegen sind die Knoten in $\mathbf{N}_{11}$ sowohl untereinander, als auch mit denen in $\mathbf{N}_{22}$ verbunden. Deshalb entstehen in $\mathbf{N}_{12}$ und $\mathbf{N}_{22}$ viele neue Elemente.

Fügt man nun zu Abb. 4.21 die Kante 2-4 hinzu, so entsteht in $\mathbf{N}_{11}$ (Abb. 4.22) ein Element außerhalb der Diagonalen. Diese Struktur entspricht derjenigen im erweiterten funktionalen Modell bei herkömmlicher Numerierung der Unbekannten (Vergleiche Abb. 4.2, 4.3).

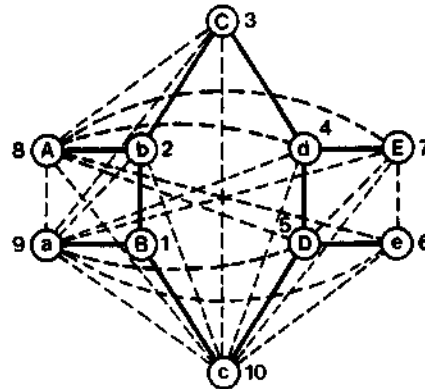
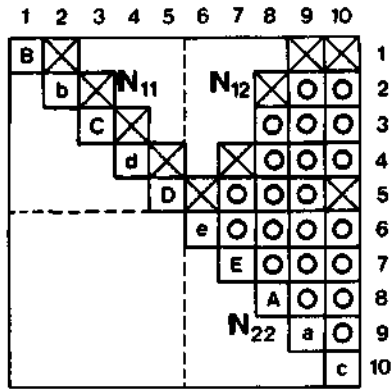


Abb. 4.20:
Ungünstige
Numerierung
erzeugt
großes
Fill-In

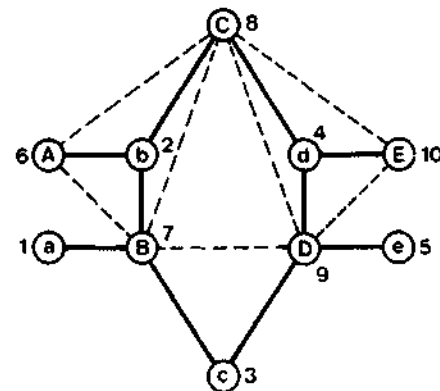
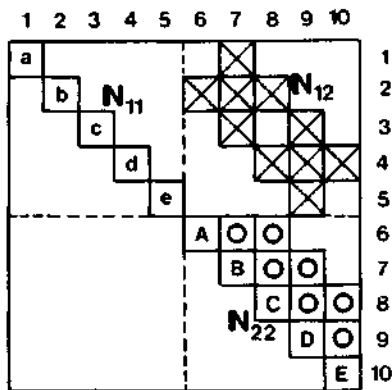


Abb. 4.21:
Numerierung zur
Erzeugung einer
Matrizenstruktur
wie sie in
Bündelausgleichungen
vorkommt

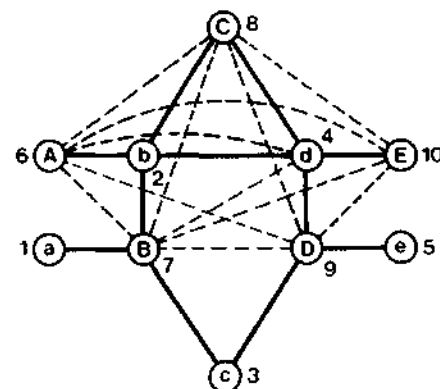
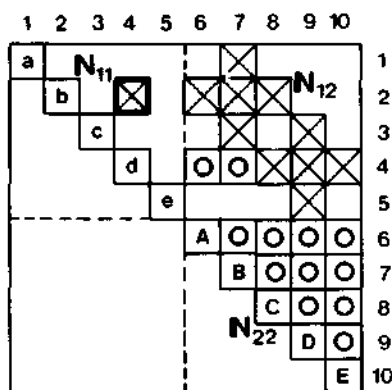


Abb. 4.22:
Zusätzliche Kante
2 - 4 erzeugt
die Struktur
einer zusätzlichen
geodätischen
Beobachtung

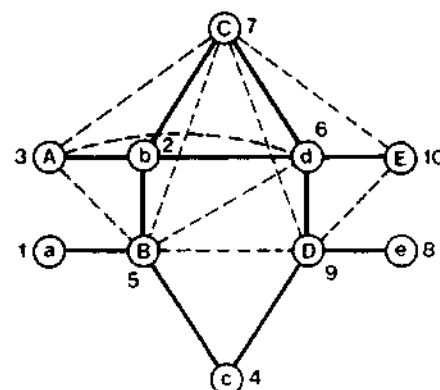
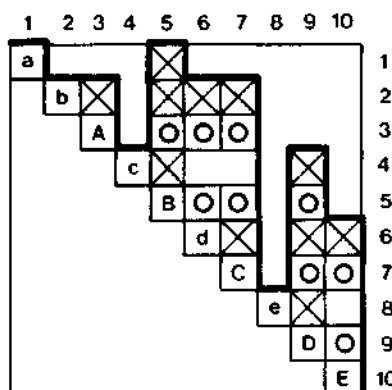


Abb. 4.23:
Nach der neu
entwickelten
Methode umsortierte
Matrix

⊗ Elemente der Matrix N

○ Bei der Zerlegung neu entstandene Elemente (Fill-In)

Bei der Reduktion entstehen auch in $\mathbf{N}_{12}$ in Zeile 4 neue Elemente und die Matrix $\mathbf{N}_{22}$ "läuft voll", da die Bandbreite der reduzierten Matrix $\mathbf{N}_{12}$ auf $\mathbf{N}_{22}$ projiziert wird. Ordnet man nun die Matrix in Abb. 4.22 im Sinne der neu entwickelten Methode und mischt die Knoten a - e mit den Knoten A - E (Abb. 4.23), so reduziert sich das Fill-In um genau die drei Elemente, die in $\mathbf{N}_{22}$ in Abb. 4.22 gegenüber Abb. 4.21 neu hinzugekommen sind. Diese Verbindungen zwischen den Knoten A und D, A und E sowie B und E liegen bei dieser Numerierung außerhalb des Profils und können somit nicht aufgefüllt werden.

Andere neue Elemente treten durch die veränderte Numerierung im gezeigten Beispiel zufällig nicht auf. Dies bedeutet, dass durch die neue Numerierung bei zusätzlichen Verknüpfungen zwischen den Punkunbekannten durch geodätische Messungen diejenigen Elemente nicht entstehen, die außerhalb der Bandbreite liegen, die sich bei herkömmlicher Numerierung ohne zusätzliche Beobachtungen bei der Reduktion in $\mathbf{N}_{22}$ ergibt. Diejenigen Elemente, die innerhalb dieser Bandbreite gelegen hätten, werden - verteilt auf die gesamte Matrix - nur dann ungleich Null, wenn sie es auch bei herkömmlicher Numerierung geworden wären. Es entsteht jedoch zusätzlich eine kleine Anzahl von anderen Nicht-Null-Elementen, die die Bilder mit den von geodätischen Messungen betroffenen Punkten verknüpfen.

In Abb. 4.24 und 4.25 ist am Beispiel des Bündelblocks aus Abb. 2.1 gezeigt worden, dass die neu entwickelte Methode bei erweitertem funktionalen Modell zu einem kleineren Fill-In führt, als die herkömmliche Numerierung der Unbekannten, wie sie bei der rekursiven Partitionierung angewandt wird. Durch die neue Numerierung sind daher bei der Faktorisierung weniger Elemente zu berechnen. Die bei der herkömmlichen Numerierung zusätzlich entstehende Anzahl von Elementen ist umso größer, je stärker der Einfluss der geodätischen Messungselemente auf die Bandbreite in $\mathbf{N}_{22}$ ist. Wie in Abb. 4.24 gezeigt wird, reichen bereits sehr wenige zusätzliche geodätische Messungen aus, um die Matrix $\mathbf{N}_{22}$ fast komplett aufzufüllen. Der Fill-In-Faktor (Anzahl der Elemente nach der Zerlegung dividiert durch die Anzahl der Elemente vor der Zerlegung) ist bei der herkömmlichen Numerierung deutlich höher, als bei der neu entwickelten Methode. Dies gilt insbesondere für schmale, langgestreckte Blöcke, wie sie beispielsweise bei der Planung und Überwachung von Verkehrswegen vorkommen, bei denen eine gemeinsame Ausgleichung aller Beobachtungen besonders erwünscht ist (Anhang C).

Ebenfalls von bedeutendem Einfluss auf das Fill-In ist die Art der Behandlung der Orientierungsunbekannten der Richtungssätze. Eine Vorweg-Elimination, wie sie bei Verwendung der rekursiven Partitionierung üblich ist, erhöht nicht nur die Anzahl der Elemente in der Normalgleichungsmatrix /G. Schmitt 1973, F. Steidler 1980/, sondern verstärkt auch das Fill-In wesentlich. Auch hier ergeben sich Vorteile für die Profil-Speichertechnik, da die Orientierungsunbekannten problemlos in die Ausgleichung eingeführt werden können.

4.4.2 Vergleich des Speicherplatzbedarfs und des Rechenaufwandes

Die Rechenzeit für eine Gleichungslösung ist abhängig von der Anzahl der notwendigen Multiplikationen, von der Anzahl der Datentransfers zwischen Kernspeicher und Externspeicher sowie von der Anzahl der Programmschritte, die zum Zugriff auf die einzelnen Matrixelemente erforderlich sind (Datenverwaltung). Die Hardware-Eigenschaften des Rechners bleiben dabei zunächst unberücksichtigt. Eine optimale Programmierung wird für alle Lösungsmethoden vorausgesetzt.

Der Speicherplatzbedarf ist bei den verschiedenen Verfahren recht unterschiedlich. Die mit Abstand höchsten Anforderungen stellt dabei - unter den zu vergleichenden Verfahren - die Profilspeichertechnik bei herkömmlicher Numerierung der Unbekannten.

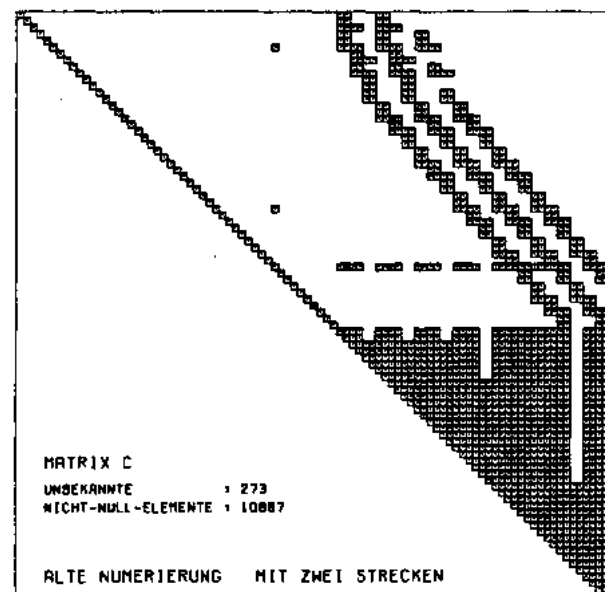
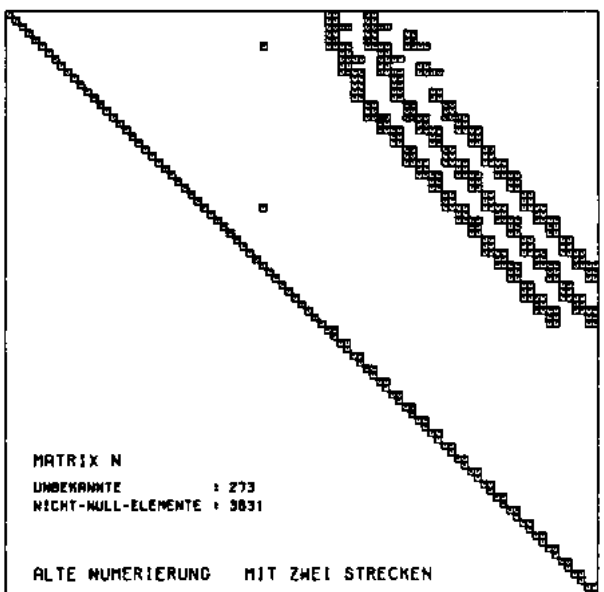
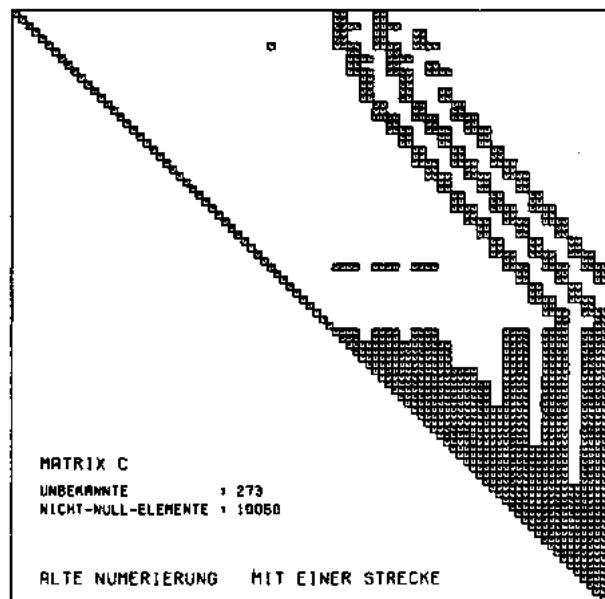
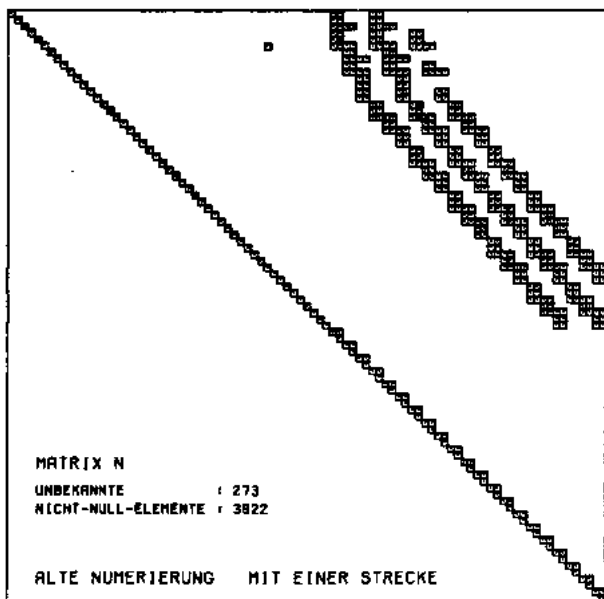
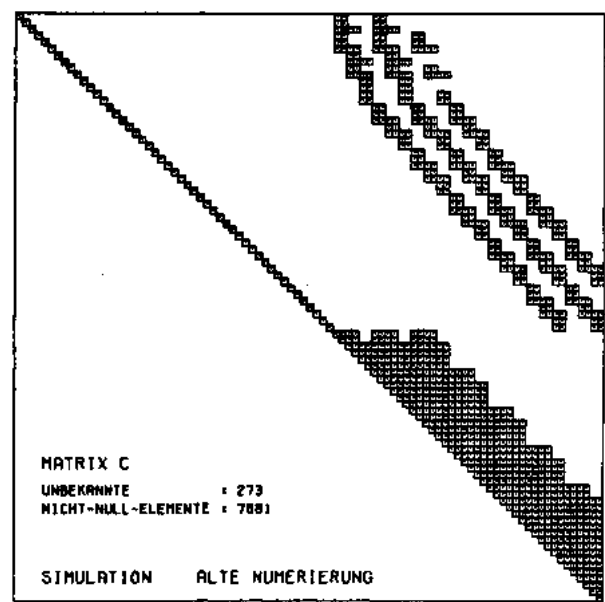
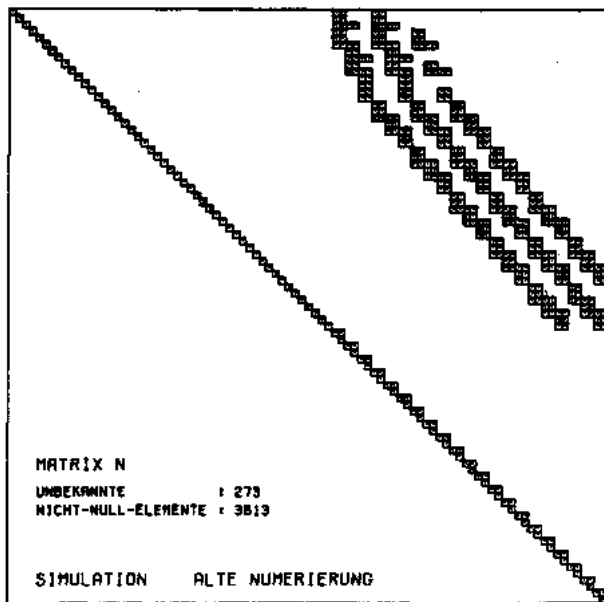


Abb. 4.24: Fill-In bei der Matrizen-Zerlegung für die herkömmliche Numerierung der Unbekannten

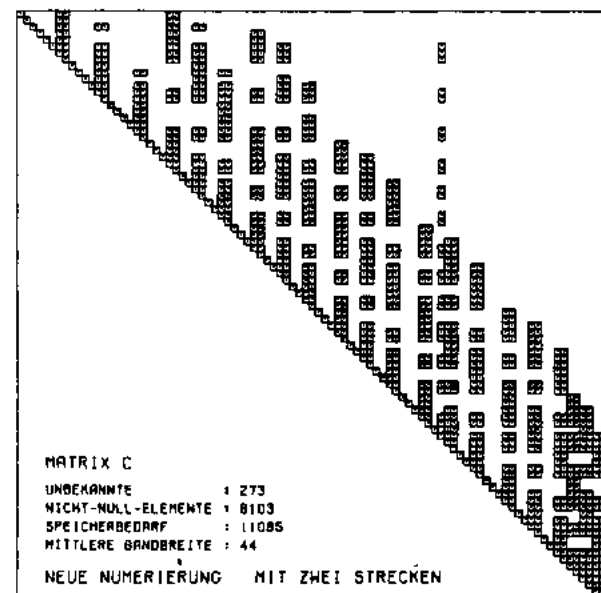
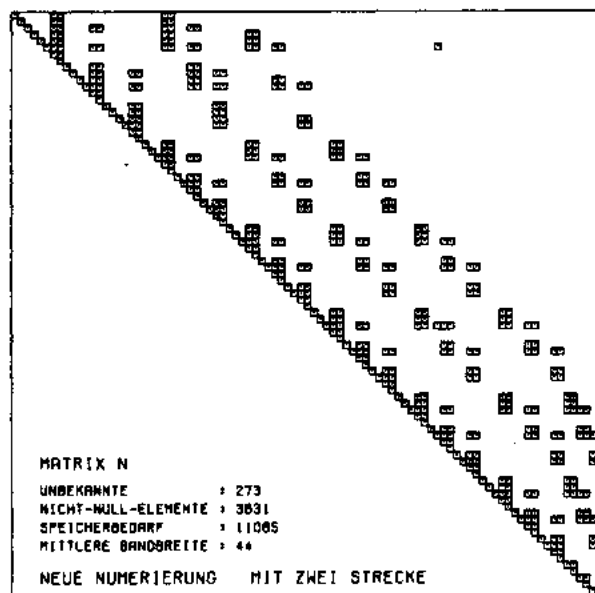
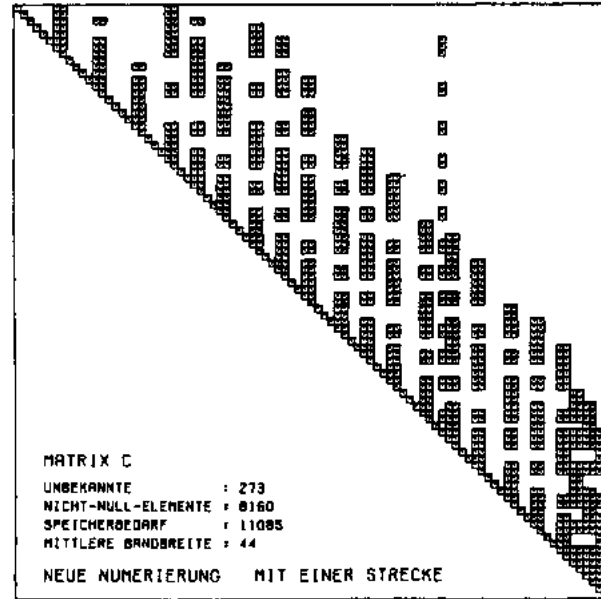
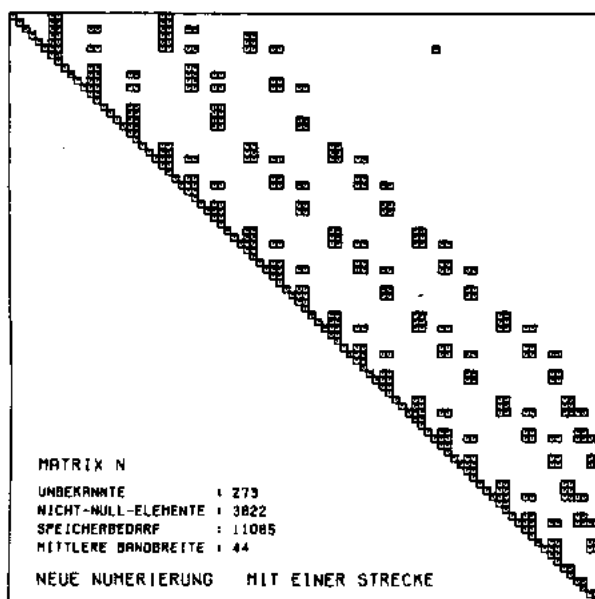
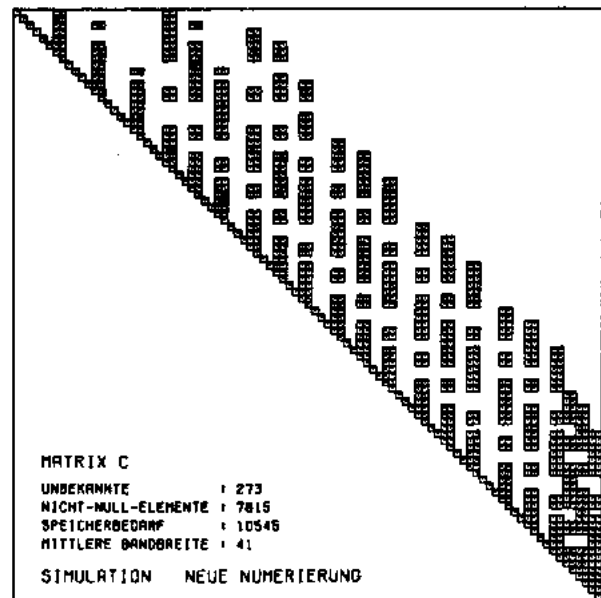
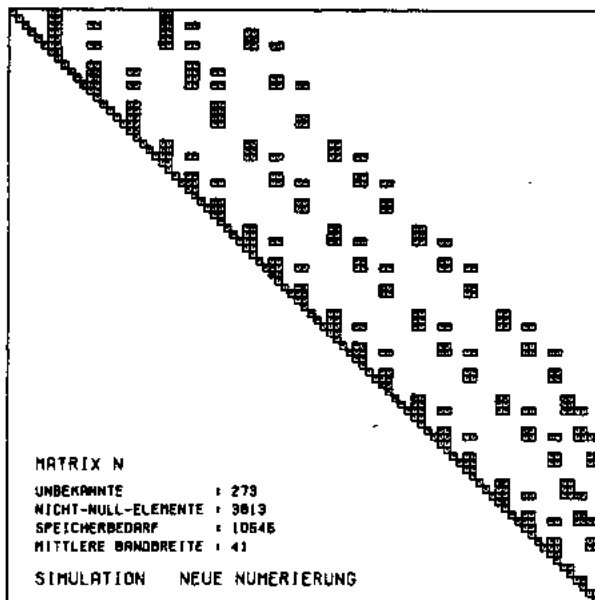


Abb. 4.25: Fill-In bei der Matrizen-Zerlegung für die neu entwickelte Methode

Der geringste Speicherplatzbedarf für Bündelausgleichungen ohne zusätzliche Beobachtungen entsteht bei Anwendung der rekursiven Partitionierung, da hierbei die Speicherung von Null-Elementen vermieden wird, und der zusätzliche Aufwand zur Speicherung der Belegungsstruktur der Matrix durch die Submatrizentechnik relativ gering ist. Bei den reinen Sparse-Techniken dagegen sind zu jedem Element der Matrix wenigstens zwei weitere Informationen zu speichern, so dass diese Form im Vergleich zur Profilspeichertechnik günstiger wird, sobald in der reduzierten Matrix **C** weniger als ein Drittel der Elemente von Null verschieden sind. In der Praxis sind in **C** innerhalb des Profils bei Anwendung der neuen Numerierung der Unbekannten jedoch 40 - 80 % der Elemente von Null verschieden, so dass die Profil-Speichertechnik weniger Speicherplatz benötigt.

Die Feststellung, dass für Bündelausgleichungen ohne zusätzliche Beobachtungen die rekursive Partitionierung den geringsten Speicherbedarf hat, deckt sich mit praktischen Erfahrungen von A. George /1977/, wonach der Gesamtspeicherbedarf (incl. Verwaltungsdaten), bei der rekursiven Partitionierung etwa ein Drittel kleiner ist als bei der Profilspeichertechnik.

Im erweiterten funktionalen Modell jedoch ist das Verhältnis auch bei kleineren Blöcken oft umgekehrt, da durch die neue Numerierung der Unbekannten das Fill-In verringert wird (Anhang C).

Der Rechenaufwand wird bestimmt durch die Anzahl der zu berechnenden Elemente in der reduzierten Matrix und die Anzahl der Multiplikationen, die zur Berechnung eines Elementes erforderlich sind. Durch die Wahl eines bestimmten Lösungsverfahrens kann der minimal erforderliche Rechenaufwand, der die Operationen mit Null-Elementen nicht berücksichtigt, nicht herabgesetzt werden. Vergleichende Formeln zur Abschätzung des Rechenaufwands ((2.22) und (2.23) gegen (4.10)) sind daher in diesem Falle nicht aussagekräftig. Entscheidend ist nur die Frage, wie weit Rechenoperationen mit Null-Elementen vermieden werden können. Bei der rekursiven Partitionierung operiert man bei den einzelnen Reduktionsschritten nur mit den von Null verschiedenen Werten und berechnet daher insgesamt auch nur diese. Bei der Profil-Speichertechnik sind bei der Produktsummenbildung nach Formel (4.8) auch die Multiplikationen mit den im Profil liegenden Nullen eingeschlossen. Daher sind pro Element mehr Multiplikationen erforderlich. Es werden jedoch - bis auf wenige Ausnahmen - auch nur diejenigen Elemente von **C** berechnet, die tatsächlich ungleich Null sind. Dies ist möglich, da für die Mehrheit der Null-Elemente durch eine zusätzliche Abfrage der untere Grenzwert m für die Summenbildung in Formel (4.8 b) größer wird, als die Obergrenze $j-1$ und daher keine Berechnung erfolgt. Die Anzahl der zu berechnenden Elemente kann bei der neu entwickelten Methode unter Berücksichtigung zusätzlicher Beobachtungen aufgrund der Ausführungen in Kapitel 4.4.1 also nur kleiner sein, als bei allen anderen Methoden.

In vielen Fällen ist aus dem gleichen Grunde auch die Anzahl der insgesamt notwendigen Multiplikationen kleiner. Das ist immer dann gegeben, wenn die Profilgröße nach der neuen Methode kleiner ist als die Anzahl der Nicht-Null-Elemente nach der Zerlegung in einer nach altem Schema numerierten Matrix.

Die genannten Einflussfaktoren für den Rechenaufwand sind sehr stark problemabhängig, so dass keine globale Aussage über den Rechenaufwand möglich ist. Aus den bisherigen Feststellungen ergibt sich jedoch folgende Tendenz: Liegen in einer Bündelausgleichung nur Bildmessungen als Beobachtungen vor, so ist die Anzahl der notwendigen Multiplikationen bei der rekursiven Partitionierung etwa 10 - 40 % kleiner, als bei der neu entwickelten Methode /Kruck 1982/. Sind aber zusätzlich geodätische Beobachtungen mit auszugleichen, kann der Rechenaufwand um mehr als 100 % größer sein, wie in Anhang C an simulierten Beispielen gezeigt wird.

Für die tatsächlichen Rechenzeiten sind neben der Anzahl der Multiplikationen auch die Gestaltungsmöglichkeiten der innersten Programmschleifen von großer Bedeutung: Während bei der Profilspeichertechnik jedes Element explizit im Wesentlichen durch ein Skalarprodukt aus zwei Spalten der Matrix zu bilden ist, deren Elemente direkt hintereinander im Kernspeicher angeordnet sind, müssen bei der rekursiven Partitionierung die Berechnungen oft für Indexabfragen unterbrochen werden. Für diese Operationen ist erhebliche Rechenzeit erforderlich.

Das zeigen auch die praktischen Erfahrungen von A. George /1977/, der für die Profilspeichertechnik zwar einen höheren Speicherplatzbedarf, aber etwa 20 % kürzere Rechenzeiten angibt.

Anzahl und Umfang der Datentransfers zwischen Kernspeicher und externem Massenspeicher sind zum Teil von der Programmierung und einer geschickten Strukturierung der Datenblöcke abhängig. Es gibt jedoch auch prinzipielle Unterschiede, die eine erhöhte Anzahl von Datentransfers verlangen: Die von geodätischen und photogrammetrischen Beobachtungen erfassten Punkte erzeugen beim Reduzieren in der Teilmatrix $\mathbf{N}_{12}$ (Abb. 4.2) eine große Bandbreite, die auf $\mathbf{N}_{22}$ übertragen wird (Anlage C). Dies lässt sich auch durch eine veränderte Punktreihenfolge (Abb. 4.3) nicht verhindern. Da die rekursive Partitionierung nur bei Bandmatrizen und bei den besonderen Strukturen photogrammetrischer Blöcke optimal einsetzbar ist, ergibt sich hier eine empfindliche Störung. Der Teilblock, der beim Reduzieren einer Zeile von Zuschlägen betroffen ist, kann nicht mehr komplett im Kernspeicher bereitstehen, so dass eine erhöhte Anzahl von Datentransfers notwendig wird (vergleiche Kapitel 2.3).

Bei der Cholesky-Zerlegung nach (4.8) kann dagegen spaltenweise reduziert werden. Derartige Probleme bestehen daher nicht.

4.4.3 Besondere Hardware-Aspekte

Moderne Großrechenanlagen wie CRAY-1 und CYBER 205 (Vektorrechner), aber auch kleinere Prozessoren wie HP 1000 Serie F werden zunehmend mit besonderen Hardware-Komponenten zur schnellen Verarbeitung von verschiedenen Vektor- und Matrizenoperationen ausgestattet. Obwohl diese Hardware-Komponenten auf unterschiedlichste Art konstruiert sind, und verschiedene Leistungen erbringen, /RRZN-Bericht 26, 1982/, wird in den folgenden Ausführungen zusammenfassend der Begriff 'Arrayprozessor' verwendet. Die Nutzung dieser Arrayprozessoren kann entweder vom Compiler realisiert werden (Auto-Vektorisierung) oder durch Aufruf entsprechender Unterprogramme. Die Steigerung der Rechengeschwindigkeit hängt von der Startzeit des Arrayprozessors, von seiner Rechenleistung und von der Länge der zu verarbeitenden Vektoren ab. Die Startzeit schließt alle Operationen zur Vorbereitung der Vektorverarbeitung ein wie Indexberechnungen, Umspeicherungen o. ä. Ist sie im Verhältnis zu anderen skalaren Operationen groß, so lohnt sich die Vektorverarbeitung nur für größere Vektorlängen. Ist sie klein, können auch kürzere Vektoren günstig verarbeitet werden.

Beim HP 1000 Serie F lohnt sich die Vektorverarbeitung bereits für Vektoren der Länge 3, beim CRAY-1 ab Länge 5 und bei der CYBER 205 ab Länge 15. Eine vollständige Beschreibung der Leistungsfähigkeit eines Arrayprozessors erfolgt durch Angabe der Leistungssteigerung in Abhängigkeit von der Vektorlänge. Diese Funktion wurde für den HP 1000-Rechner empirisch ermittelt und ist in Abb. 4.26 dargestellt. Es wird deutlich, dass erst bei längeren Vektoren die Leistungsfähigkeit des Arrayprozessors voll ausgenutzt werden kann.

Diese Aussage gilt grundsätzlich für alle Arrayprozessoren. Daher kann mit solchen Rechnertypen eine Cholesky-Zerlegung mit langen Vektoren, die viele Null-Operationen einschließt, sehr viel

schneller durchgeführt werden, als eine rekursive Partitionierung, die die Null-Operationen vermeidet und daher mit sehr kurzen Vektoren arbeitet.

Auf praktische Versuche mit Vektorrechnern wird in Kapitel 6 eingegangen.

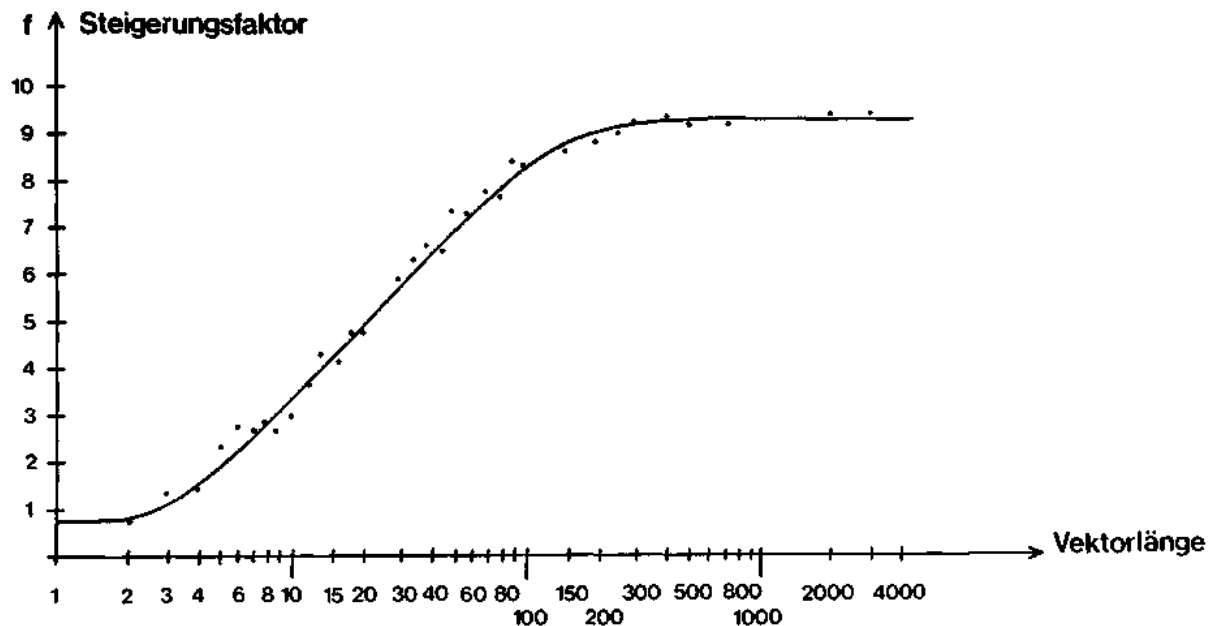


Abb. 4.26: Steigerung der Rechengeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Vektorlänge durch Einsatz des Vektor-Instruction-Sets beim HP 1000 Serie F

4.4.4 Zusammenfassende Beurteilung

Die Profilspeichertechnik in Verbindung mit einer Cholesky-Zerlegung hat in verschiedenen Bereichen ihre Flexibilität und universelle Anwendbarkeit bereits gezeigt /A. George 1977, H.R. Schwarz 1980/. Auch zur Lösung von Ausgleichungen geodätischer Netze wird sie - ggf. mit einem vorgeschalteten Umsortierungsalgorithmus - vielfach eingesetzt /J.L. Menestrel 1969, W. Dillinger 1981, G. Funcke und W. Weise 1982, A. Mark und K. Poder 1982/. Sie passt sich jeder beliebigen Matrizenstruktur gut an, zur Erzielung kurzer Rechenzeiten ist jedoch eine günstige Sortierung der Unbekannten erforderlich, die für photogrammetrische Blöcke durch die neu entwickelte Methode auf sehr einfache Weise realisierbar ist. Der Lösungsalgorithmus ist nicht an bestimmte Matrizenstrukturen gebunden, so dass auch für spezielle Anwendungen auf vorhandene Programme zurückgegriffen werden kann. Wichtige Teile der Inversen von **N** lassen sich schnell berechnen.

Die rekursive Partitionierung - in der Mathematik als Frontlösungsmethode bekannt - eignet sich zur Lösung von Gleichungssystemen, deren Matrizen ganz bestimmte Strukturen aufweisen. Diese kommen z.B. bei photogrammetrischen Blockausgleichungen vor, wenn die möglichen Beobachtungen auf Bildkoordinaten und Passpunkte beschränkt sind. Eine besonders effektive Verarbeitung ist dann möglich, wenn die reduzierte Normalgleichungsmatrix direkt im Kernspeicher entwickelt und laufend mitreduziert wird. Die erforderlichen Datentransfers können so auf ein Minimum begrenzt werden. Dieser Lösungsweg ist jedoch nur auf die besonderen Strukturen der Matrizen photogrammetrischer Blockausgleichungen zugeschnitten. Eine Erweiterung der möglichen Beobachtungen auf Strecken oder Winkel ist ausgeschlossen. Weitere Grenzen sind dadurch gesetzt, dass eine ganz bestimmte Teilmatrix komplett im Kernspeicher

stehen muss. So sind Blöcke mit sehr großen Bandbreiten, wie sie nicht nur bei großen Flächennetzen, sondern auch bei allseitiger Erfassung von Bauwerken vorkommen, mit dieser Methode nur begrenzt lösbar. Ein weiterer Nachteil ist darin zu sehen, dass gleichzeitig Programmteile zur Berechnung der partiellen Ableitungen nach den Unbekannten, zur Aufstellung und zur Reduktion der Normalgleichung mit allen zugehörigen Daten im Kernspeicher vorzuhalten sind.

Die Einschränkungen bezüglich der Verarbeitung von zusätzlichen geodätischen Beobachtungen können aufgehoben werden, indem man die nicht ausschließlich photogrammetrisch bestimmten Punkte in einer besonderen Teilmatrix zusammenfasst.

	Herkömmliches funktionales Modell					Erweitertes funktionales Modell							Universalität Flexibilität
	Speicher- bedarf	Rechen- aufwand	Daten- transfers	Rechenzeit - skalar -	Rechenzeit - vektoriell -	Fill-In	Speicher- bedarf	Rechen- aufwand	Daten- transfers	Rechenzeit - skalar -	Rechenzeit - vektoriell -	Berechnung Teilinverse	
Profilspeichertechnik - alte Numerierung -	--	--	--	--	--	-	--	--	--	--	--	--	+
Zerlegung in größere Submatrizen	0	0	+	0	+	-	-	-	0	-	0	-	0
Sparse-Techniken - reine -	0	++	+	0	-	-	0	+	0	-	-	-	+
Rekursive Partitionierung	+	++	++	++	0	-	+	+	0	0	-	0	-
neu entwickelte Methode	+	+	+	++	++	+	++	++	++	++	++	++	+
++ sehr günstig, 0 durchschnittlich, -- sehr ungünstig													

Tabelle 4.2: Bewertung der verschiedenen Methoden zur Auflösung und Inversion der Normalgleichung

Dadurch ist aber eine direkte Aufstellung und Reduktion der Normalgleichungsmatrix im Kernspeicher nicht mehr möglich, so dass die Anzahl der erforderlichen Datentransfers für die Aufstellung der reduzierten Normalgleichung sehr stark anwächst. Dies gilt auch für Blöcke mit großen Bandbreiten.

Im Vergleich zur neu entwickelten Methode ist bei zusätzlichen Beobachtungen der Fill-In-Faktor sehr groß. Weiter sind wesentlich mehr Indexberechnungen für die Auflösung erforderlich. Insgesamt ist daher der Rechenaufwand höher.

Bei einem Einsatz auf Vektorrechnern ist die neue Methode wegen der größeren Vektorlängen besonders vorteilhaft. Dies gilt auch für Blockausgleichungen ohne zusätzliche Beobachtungen und auch dann, wenn die teilreduzierte Normalgleichungsmatrix mit einer Cholesky-Zerlegung gelöst wird, da die Aufstellung dieser teilreduzierten Matrix nicht vektorisiert werden kann.

Ein Vergleich aller bisher genannten Lösungsmöglichkeiten ist in Tabelle 4.2 zusammengestellt.

5. Entwicklung eines Programms zur Bündelausgleichung mit erweitertem funktionalen Modell

5.1 Anforderungen an das Programm

Die Realisierung eines Programms zur Bündelausgleichung mit erweitertem funktionalen Modell ist eine umfangreiche Aufgabe. Daher sind unter verschiedenen Gesichtspunkten Anforderungen zu stellen, die eine langfristige Rentabilität der eingesetzten Arbeitskraft gewährleisten.

Hauptanwendungsgebiete des Programms sollen die Ingenieurphotogrammetrie und allgemein die Nahbereichsphotogrammetrie sein. Standard-Luftbildblöcke mit 10 000 bis 15 000 Unbekannten sollen jedoch ebenso verarbeitet werden können. Im Vordergrund stehen daher zunächst folgende fachliche Anforderungen:

- Die in Kapitel 3 dargestellten Funktionen sollen im Programm enthalten sein.
- Die Möglichkeit zur Berücksichtigung differenzierter Gewichte für alle Beobachtungsarten ist erwünscht.
- Zu Kontrollzwecken muss eine dreidimensionale Ausgleichung geodätischer Netze auch ohne photogrammetrische Beobachtungen durchgeführt werden können.
- Für Aufnahmeplanungen sollen Simulationsrechnungen ohne konkrete Messwerte zum Studium von Genauigkeiten und Zuverlässigkeiten möglich sein.
- Die Suche nach Beobachtungsfehlern muss vom Programm optimal unterstützt werden.

Die Bearbeitung freier Netze allerdings wird - wegen der in der Bündelausgleichung stets großen Anzahl von Unbekannten - zunächst ein Wunsch bleiben müssen.

Für die praktische Durchführung von Berechnungen - also aus der Sicht des Benutzers - sind weitere Anforderungen zu stellen:

- Trotz der Vielfalt der fachlichen Anforderungen soll die Benutzung des Programms unkompliziert sein.
- Die erforderlichen Eingaben sollen auf das unbedingt Notwendige begrenzt bleiben.
- Bei fehlender Eingabe sollen Default-Werte (Standardwerte) gelten.
- Eine feste Reihenfolge der Eingabedaten soll nicht erforderlich sein.
- Die eingelesenen Daten sind einer umfassenden Plausibilitätskontrolle zu unterziehen, um unkontrollierte Programmabbrüche oder falsche Berechnungen auszuschließen.
- Auch bei Singularität der Normalgleichungsmatrix soll zur Analyse des Fehlers zunächst weitergerechnet werden.
- Die Eingabe von Näherungswerten für die Unbekannten soll auf ein Minimum reduziert sein.
- Die mathematischen Funktionen des Programms müssen sehr flexibel benutzt werden können.
- Unterschiedliche Aufnahmerichtungen der Meßbilder sollen nicht durch kompliziertes Tauschen der Koordinatenachsen, sondern durch Wahl einer anderen Drehmatrix möglich sein.

Um auch langfristig sicherzustellen, dass eine Anpassung des Programms an veränderte Probleme möglich ist, sind auch an die Art der Programmierung Anforderungen zu stellen:

- Datenfelder, Dateien und Programme müssen gut strukturiert sein (hierarchisch gegliedert,

problemnah und übersichtlich). Ein sehr gutes Werkzeug hierzu ist mit der strukturierten Programmierung gegeben /P. Schnupp und C. Floyd 1976/.

- Um den Übergang auf andere Rechner zu erleichtern, sind möglichst nur Standardelemente der Programmiersprache zu verwenden.
- Aus diesem Grunde sollen auch nur sequentielle Dateien benutzt werden.
- Die Funktionen sind klar abzugrenzen und in einzelne Unterprogramme zu gliedern. Damit wird gleichzeitig ein sequentielles Laden des Programms möglich.
- Vor- und Nachbearbeitungen sollen in getrennten Programmen erfolgen.

5.2 Rahmenbedingungen für die Programmentwicklung

Das Realisierungskonzept des Programms wird geprägt durch die genannten Anforderungen, durch die vorhandene Rechnerkonfiguration sowie durch bereits bestehende Programme des Programmsystems BLUH (Hannoversches Programmsystem für die Bündelblockausgleichung) /K. Jacobsen 1980/. Letztere können für Vor- und Nachverarbeitung genutzt werden. Dieses Programmsystem steht u.a. auf der CDC CYBER 76-14 des 'Regionalen Rechenzentrums für Niedersachsen' (RRZN) an der Universität Hannover zur Verfügung. Auf dieser Rechenanlage wurde auch das neue Programm entwickelt, das den Namen BINGO trägt (Bündelausgleichung für Ingenieurobjekte).

Die CYBER 76 ist ein Hochleistungsrechner mit einer Zykluszeit von 27,5 ns, 8 parallelen Prozessoren, einem Kernspeicher von 64 K Worten zu 60 Bit, einem zusätzlichen Datenspeicher von 256 K Worten (LCM = Large Core Memory) und mehreren Magnetplattenstationen. Die Abwicklung des Dialogbetriebes und die Steuerung der angeschlossenen Stapel Stationen werden von zwei Vorrechnern, einer CYBER 172 und einer CYBER 73 durchgeführt. Die in dieser Arbeit veröffentlichten Ergebnisse wurden mit diesem Rechnersystem erstellt, soweit nichts anderes angegeben ist. Da ein Dialog mit der CYBER 76 nicht möglich ist, war BINGO als Batch-Programm anzulegen.

Vom Programmsystem BLUH können zwei wesentliche Komponenten der Datenvor-verarbeitung genutzt werden:

- Das Vorprogramm BL0001, das die Bildmessungen prüft, transformiert, korrigiert und sortiert. Die Versionen 1, 2 und 3 dienen zur Verarbeitung verschieden strukturierter Eingangsdaten.
- Das Programm TEOR, das Näherungswerte für die äußere Orientierung aller Bilder liefert und im File ORIENT bereitstellt.

Für die graphische Darstellung der Ausgleichungsergebnisse von BINGO wurden verschiedene kleine Plottprogramme adaptiert bzw. neu entwickelt (Abb. 5.1), die im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht näher beschrieben werden müssen.

Als Programmiersprache bot sich FORTRAN an, da diese vom CDC-Betriebssystem SCOPE optimal unterstützt wird.

Durch einen kurzen Überblick über die Funktionen des Programms BINGO sollen die in den Kapiteln 5.5 und 5.6 ausführlicher beschriebenen Funktionen 'Aufbau und Lösung der Normalgleichung' sowie 'Berechnung der Verbesserungen und Data-Snooping' in einem Gesamtzusammenhang gestellt werden. Eine detaillierte Erläuterung aller Funktionen bleibt einer Programmbeschreibung vorbehalten.

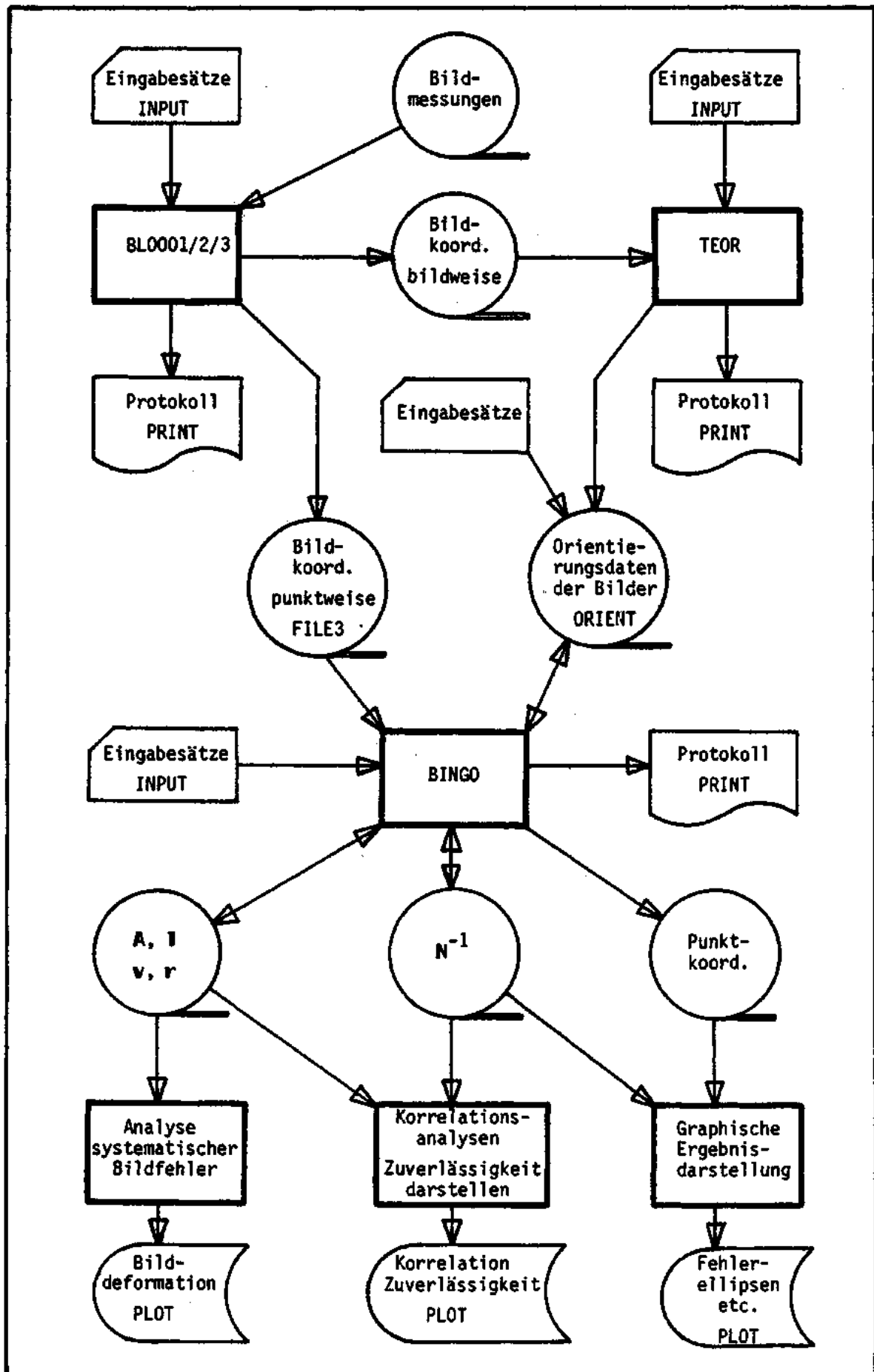


Abb. 5.1: BLUH/BINGO Datenflußplan

5.3 Funktionen des Programms BINGO

5.3.1 Einlesen und Prüfen der Daten

In einem ersten Schritt sind aus der Datei FILE3 (Abb. 5.1) der Bildkoordinaten die beteiligten Punkt-, Bild- und Kammernummern einzulesen. Damit ist gleichzeitig die Reihenfolge der Bilder im Normalgleichungssystem festgelegt. Alle weiteren Daten stehen auf den Dateien ORIENT und INPUT bereit. Diese beiden Dateien sind gleich strukturiert. Jeder Eingabesatz (Zeile bzw. Lochkarte) enthält in den Spalten 1 bis 4 eine alphanumerische Identifikation, die Aufschluss über den Inhalt des Datensatzes gibt. (Z.B. erhalten Passpunkte 'PPKO'¹ und Zenitdistanzmessungen 'ZEDI'). Insgesamt werden 26 verschiedene Identifikationen zum Lesen der Messwerte, Näherungen und Steuerdaten unterschieden (Anhang D). Obligatorisch für Bündelausgleichungen ist jedoch nur die Eingabe der Kammerkonstanten und der Passpunkte durch die Datei INPUT sowie der Näherungswerte der Orientierungen durch die Datei INPUT oder ORIENT. Alle Funktionsparameter sind als Standardwerte (Default-Werte) vorgegeben.

Dieses Konzept erlaubt so eine sehr flexible Dateneingabe. Eine bestimmte Reihenfolge der Datensätze wird nicht verlangt. Es müssen auch nur solche angegeben werden, die tatsächlich relevante Informationen enthalten.

Aufgrund der Fülle der Eingabemöglichkeiten ist eine umfassende Datenkontrolle notwendig. Dabei werden kleine Fehler (z.B. doppelte Eingabe) nach einer informativen Fehlermeldung automatisch behoben. Bei schwerwiegenden Fehlern (z.B. fehlender Kammerkonstanten) wird das Programm nach Abschluss der Dateneingabe nicht weiter fortgesetzt.

5.3.2 Berechnung der Näherungswerte der Unbekannten

Während die Näherungswerte der äußeren Orientierung bereits vorliegen müssen, können die unbekannten Koordinaten der Punkte, die in wenigstens zwei räumlich getrennt liegenden Bildern gemessen worden sind, durch räumlichen Vorwärtsschnitt bestimmt werden. Die erforderlichen Gleichungen sind aus 'Photogrammetrie' /Rüger 1978/ entnommen und lauten (nach Druckfehlerkorrektur):

$$\mathbf{b} = \mathbf{x}_{0, i+1} - \mathbf{x}_{0, i} \quad (5.1)$$

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{R}_i \cdot \mathbf{x}'_i \quad (5.2)$$

$$\mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{R}_{i+1} \cdot \mathbf{x}'_{i+1} \quad (5.3)$$

$$\lambda_i = \frac{(\mathbf{b} \cdot \mathbf{r}_i) \mathbf{r}_{i+1}^2 - (\mathbf{b} \cdot \mathbf{r}_{i+1}) (\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{r}_{i+1})}{\mathbf{r}_i^2 \cdot \mathbf{r}_{i+1}^2 - (\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{r}_{i+1})^2} \quad (5.4)$$

$$\lambda_{i+1} = \frac{(\mathbf{b} \cdot \mathbf{r}_i) (\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{r}_{i+1}) - (\mathbf{b} \cdot \mathbf{r}_{i+1}) \mathbf{r}_i^2}{\mathbf{r}_i^2 \cdot \mathbf{r}_{i+1}^2 - (\mathbf{r}_i \cdot \mathbf{r}_{i+1})^2} \quad (5.5)$$

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_{0,i} + \lambda_i \cdot \mathbf{r}_i \quad (5.6)$$

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_{0,i+1} + \lambda_{i+1} \cdot \mathbf{r}_{i+1} \quad (5.7)$$

$$\mathbf{x} = \frac{1}{2} \cdot (\mathbf{x}_i + \mathbf{x}_{i+1}) \quad (5.8)$$

Sie gelten für Luftbilder und terrestrische Aufnahmeanordnung, wenn die unterschiedliche Struktur von $\mathbf{x}'$ berücksichtigt wird.

Die Koordinaten von Punkten, die als Aufnahmestandpunkte benutzt wurden und mit den Orientierungen der Bilder zu verknüpfen sind, können nach (3.22) berechnet werden.

Weitere Koordinatenunbekannte, die durch zusätzliche geodätische Messungen auftreten, müssen extra eingegeben werden. Die Orientierungsunbekannten der Richtungssätze werden aus den genäherten Koordinaten bestimmt.

5.3.3 Numerierung der Unbekannten

Die Reihenfolge der Bilder im Normalgleichungssystem wird durch manuelle Eingabe einer Bildnummernliste im Vorprogramm BL0001 festgelegt. Die Numerierung soll dabei quer zur größten Blockausdehnung erfolgen. Für diese Art der Verarbeitung sprechen mehrere Argumente:

- Es werden nur die in der Bildnummernliste angegebenen Bilder bearbeitet und in die Ausgabedateien übertragen. So lassen sich leicht Teilblöcke bilden.
- Die bereits angesprochenen Sortieralgorithmen liefern kein optimales Ergebnis; eine manuelle, aber zeitaufwendige Festlegung ergibt auch günstigere Profile.
- Die Sortieralgorithmen liefern die besten Ergebnisse, wenn ein Startpunkt oder eine Startgruppe manuell vorgegeben wird, so dass auch hier eine Verarbeitung ohne Kenntnis der Blockstruktur nicht möglich ist.

In der Nahbereichsphotogrammetrie ist eine regelmäßige Blockstruktur oft nicht vorhanden. Hier gilt dann:

- Die Unbekannten von Bildern, die gleiche Objektteile erfassen, sollen möglichst nahe beieinander stehen.
- Die Unbekannten von Übersichtsaufnahmen stehen hinter denen von Detailaufnahmen.

Die gemeinsame Festlegung der Reihenfolge der Unbekannten von Punkten und Bildern erfolgt dann in der in Kapitel 4.3.1 beschriebenen Weise. Zusätzliche, geodätisch bestimmte Punkte und die Orientierungsunbekannten der Richtungssätze werden nachträglich hinter den Unbekannten der Punkte eingefügt, mit denen sie verknüpft sind.

Durch Wahl eines entsprechenden Parameters können die Positionen der Unbekannten in der Normalgleichung gelistet werden. Dies ist wichtig zum Aufsuchen eventueller lokaler Defekte bei singulärer Normalgleichungsmatrix.

5.3.4 Iterative Ausgleichung

Diese Programmfunktion beinhaltet den Ausgleichungsprozeß, der solange fortgeführt wird, bis die Zuschläge zu den Unbekannten entweder einen wählbaren Grenzwert unterschreiten oder die vorgegebene maximale Iterationsanzahl erreicht ist.

Im ersten Schritt wird die Modellmatrix **A** mit allen in Kapitel 3 angegebenen Möglichkeiten aufgestellt und gleichzeitig der Profilvektor der Normalgleichungsmatrix ermittelt. Dann folgt die Aufstellung und die Lösung der Normalgleichung (2.6), (2.7), (4.2) - (4.4). Die Größen der zusätzlichen Parameter sind direkt als Unbekannte in die Ausgleichung eingeführt. Alle anderen Unbekannten erhalten in jeder Iteration weitere Zuschläge zu ihren Näherungswerten.

Eine wichtige Maßnahme ist die Prüfung der Notwendigkeit der gewählten zusätzlichen Parameter /K. Jacobsen 1982/. Nicht relevante Parameter eliminiert das Programm vor der nächsten Iteration selbständig, bis nach mehreren Schritten nur noch die tatsächlich relevanten Parameter an der Ausgleichung teilnehmen.

Die Ausgabe des Endergebnisses erfolgt über die Datei PRINT. Zusätzlich werden die ausgeglichenen Orientierungsparameter in die Datei ORIENT geschrieben. Auch die Punktkoordinaten stehen zur Weiterverarbeitung auf einer entsprechenden Datei zur Verfügung.

5.3.5 Genauigkeit und Zuverlässigkeit

Wesentliche Merkmale der Güte eines Netzes sind Genauigkeit und Zuverlässigkeit. Die Genauigkeit gibt ein Maß für die Richtigkeit und Präzision des Netzes.

Dabei wird vorausgesetzt, dass das gewählte funktionale Modell zutrifft. Abweichungen, die durch systematische Fehler oder nicht entdeckte kleine grobe Fehler, aber auch durch falsche Gewichtsannahmen entstehen können, prüft man durch verschiedene Zuverlässigkeitskriterien /W. Baarda 1968, H. Pelzer 1980/. Zur Beurteilung der Genauigkeit kann die Profilinverse berechnet werden. Sie ist ausreichend, auch Maße für die innere Zuverlässigkeit des Netzes zu berechnen. Dazu wird nach Baarda bestimmt, welchen Einfluss v_i^* ein Beobachtungsfehler ε_i auf die zugehörige Verbesserung v_i hat. Ist dieser Einfluss bekannt, kann man umgekehrt aus der Größe einer vorliegenden Verbesserung auf einen möglichen Beobachtungsfehler ∇l_i schließen. Es gelten folgende Beziehungen:

$$v_i^* = -r_i \cdot \varepsilon_i \quad (5.9)$$

$$r_i = (\mathbf{Q}_{vv} \mathbf{P}_{ii})_{ii} \quad (5.10 \text{ a})$$

oder $\mathbf{r} = \text{diag}(\mathbf{Q}_{vv} \mathbf{P}_{ii}) \quad (5.10 \text{ b})$

$$\nabla l_i = -\frac{v_i}{r_i} \quad (5.11)$$

$$w_i = \frac{v_i}{\sigma_{v_i}} = \frac{v_i}{\sigma_{l_i} \sqrt{r_i}} = \frac{v_i}{\sigma_0} \cdot \sqrt{\frac{p_i}{r_i}} \quad (5.12)$$

Dabei ist w_i die normierte Verbesserung und damit Testgröße für den statistischen Test (Data-Snooping).

Die Redundanzanteile r_i sind von der Geometrie des Blockes und den Gewichten abhängig. Zu

ihrer Berechnung ist die Diagonale der Matrix Q zu bestimmen aus:

$$Q_{vv} = Q_{ll} - A N^{-1} A^T \quad (5.13)$$

Im Programm BINGO ist die Berechnung der Testgrößen w_i optional.

5.4 Strukturen des Programms BINGO

Die einzelnen Funktionen des Programms BINGO sind im Sinne der strukturierten Programmierung hierarchisch gegliedert und in 28 Unterprogramme mit insgesamt etwa 6 000 Statements aufgeteilt (Abb. 5.2, Tab. 5.1). Das Hauptprogramm selbst besteht im Wesentlichen nur aus Dimensionsvereinbarungen und Subroutine-Aufrufen. Dadurch wird ein segmentiertes Laden begünstigt, so dass BINGO auch auf kleineren Rechenanlagen mit begrenztem Speicherplatz implementiert werden kann.

Das Programm CHESI (Cholesky Equation-Solution and Inversion) zur Bearbeitung der Normalgleichung wurde mit den zugehörigen Unterprogrammen als separate Einheit entwickelt und ist nur über eine Parameterleiste und die Datei der Modellmatrix mit den anderen Programmteilen verbunden (Abb. 5.3). CHESI kann daher auch für beliebige andere Ausgleichungsaufgaben genutzt werden.

5.5 Aufbau, Auflösung und Inversion der Normalgleichungsmatrix

In diesem Kapitel sind die einzelnen Schritte zur Bearbeitung der Normalgleichung näher erläutert. Die Beschreibung umfasst das Programm CHESI mit den zugehörigen Unterprogrammen.

Die Aufstellung der Modellmatrix A erfolgt zeilenweise in MODMAT. MATSP sammelt die Zeilen einschließlich gekürzter Beobachtungen l und Gewichte p in einem Pufferfeld, in dem A mit der Sparse-Technik der geordneten Listen (siehe Kapitel 4.2.3) zeilenweise gespeichert wird. Ist der Puffer gefüllt, erfolgt die Ausgabe auf eine Datei (Abb. 5.3). MATSP ermittelt gleichzeitig den Profilvektor.

5.5.1 Blockeinteilung für die Cholesky-Zerlegung

Das Programm CHESI hat nur Steuerfunktionen. Der Aufbau der Normalgleichungsmatrix N sowie der rechten Seite n erfolgt in MULAPA. Da N nur bei kleinen Gleichungssystemen komplett im Kernspeicher stehen kann, erfolgt eine Einteilung in Blöcke, die jeweils aus einer möglichst großen Anzahl von Spalten bestehen.

Für die Zerlegung eines Blockes von N in C werden der entsprechende Block von N sowie die bereits vorher berechneten Blöcke von C benötigt, die nacheinander wieder in den Kernspeicher einzulesen sind (Abb. 5.4).

Die Anzahl der für C notwendigen Leseoperationen t wächst daher mit dem Quadrat der Anzahl der zu reduzierenden Blöcke k von N :

$$t = \frac{k \cdot (k - 1)}{2} \quad (5.14)$$

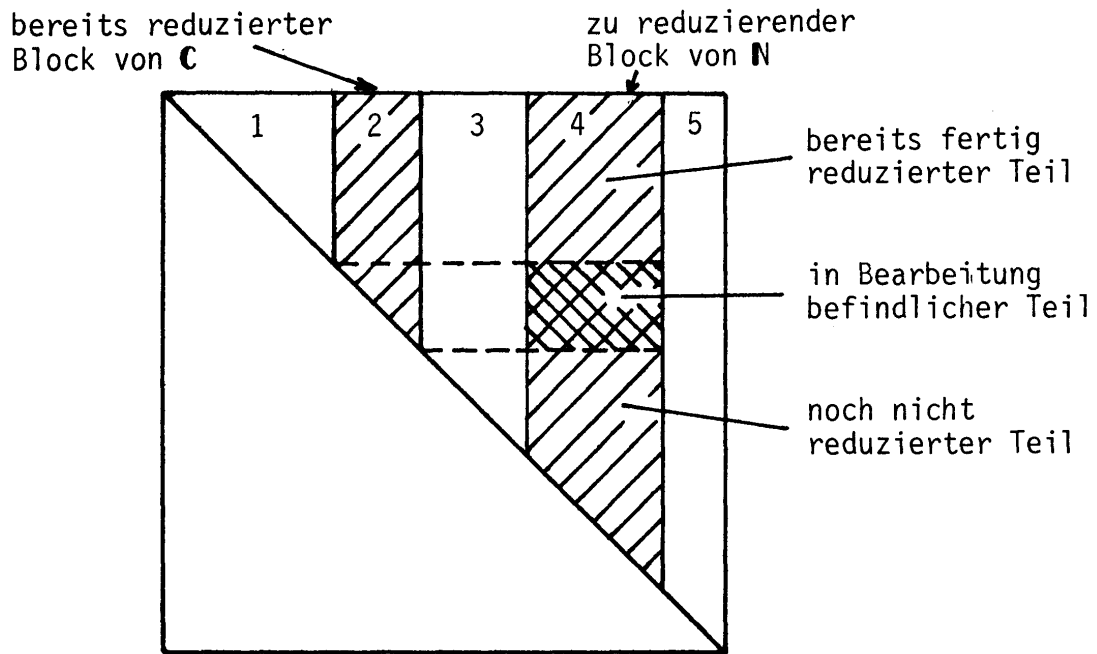


Abb. 5.4: Kernspeicherbelegung bei der blockweisen Faktorisierung

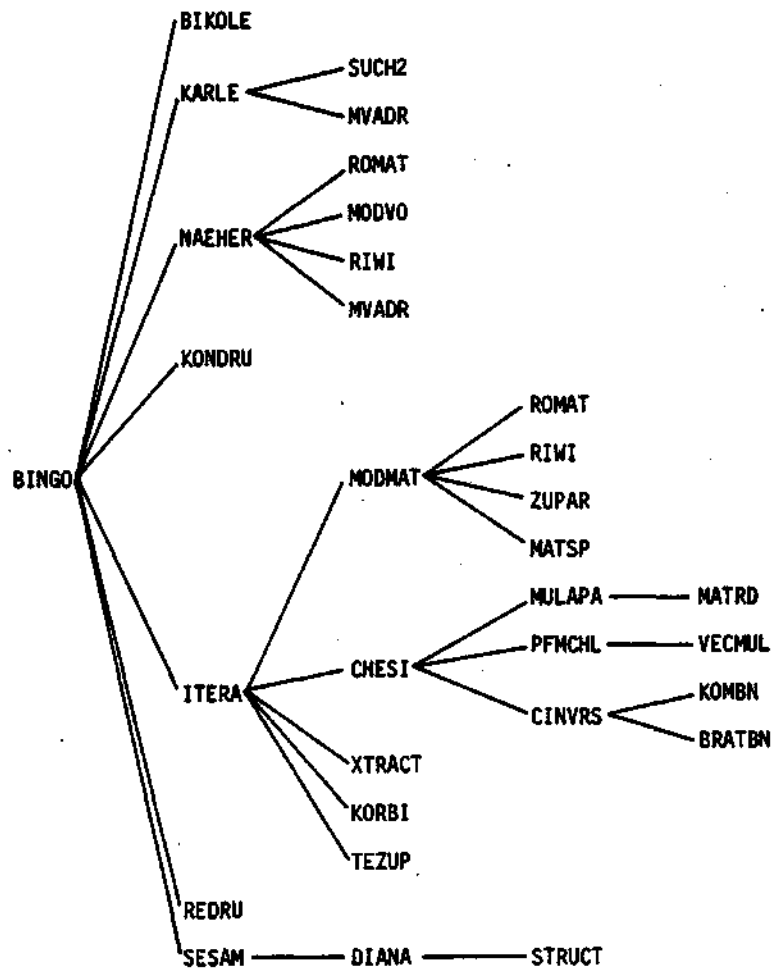


Abb. 5.2: Aufrufstruktur des Programms BINGO

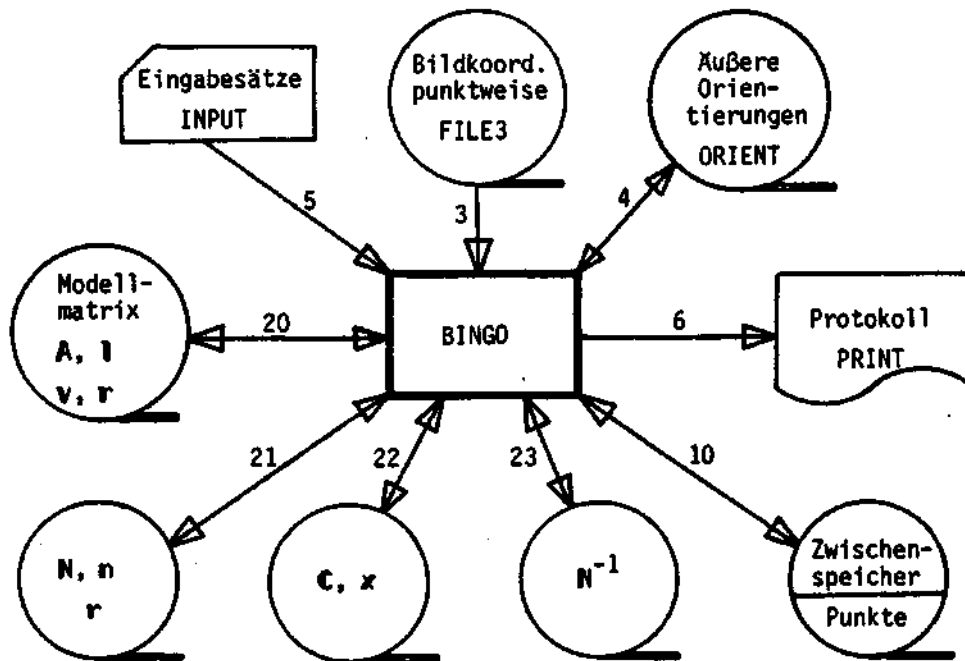


Abb. 5.3: Dateien des Programms BINGO

Um die Datentransfer-Rate klein zu halten, muss daher die Anzahl der zu reduzierenden Blöcke möglichst klein sein. Da gleichzeitig der Block von **N** und ein bereits berechneter Block von **C** im Kernspeicher benötigt werden, beträgt die Anzahl der Blöcke in Abhängigkeit vom verfügbaren Kernspeicher **S**:

$$k = 2 \cdot \frac{P}{S} \quad (5.15)$$

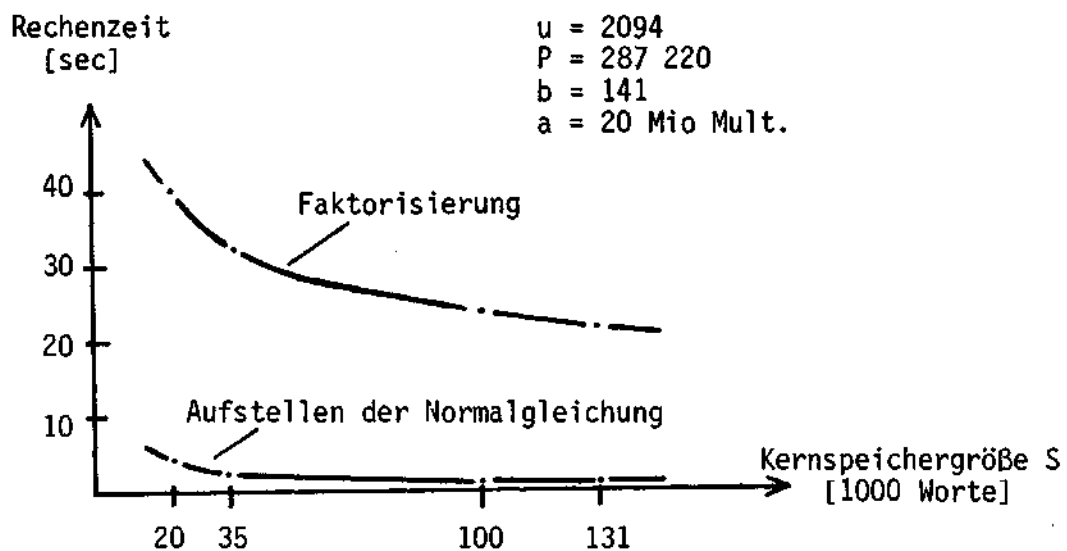


Abb. 5.5: Abhängigkeit der Rechenzeit vom verfügbaren Speicherplatz

BINGO	Hauptprogramm zur Bündelausgleichung für Ingenieurobjekte
BIKOLE	Lesen der Bildkoordinaten und Festlegen der Reihenfolge der Punkte und Bilder in der Normalgleichung
BRATBN	Teilprogramm zur Berechnung von $\mathbf{Q}_{xx}$
CHESI	Steuerprogramm zur Bearbeitung der Normalgleichung
CINVR	Berechnung der Inversen $\mathbf{Q}_{xx}$ (Datenverwaltung und Steuerung)
DIANA	Berechnung der Redundanzanteile der Beobachtungen
ITERA	Steuerung der Iteration, Zuschläge an den Unbekannten anbringen
KARLE	Lesen und Prüfen der Eingabesätze
KOMBN	Teilprogramm zur Berechnung von $\mathbf{Q}_{xx}$
KONDRU	Ausdruck der Eingabedaten und der Näherungswerte der Unbekannten
KORBI	Korrelationen der zusätzlichen Parameter ermitteln
MATRD	Lesen der Modellmatrix $\mathbf{A}$ von der Datei
MATSP	Modellmatrix $\mathbf{A}$ gepuffert auf Datei schreiben
MODMAT	Aufbau der Modellmatrix $\mathbf{A}$
MODVO	Modellkoordinaten durch räumlichen Vorwärtsschnitt berechnen
MULAPA	Aufstellen der Normalgleichung (Produkt $\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$)
MVADR	Verschieben der Unbekannten in der Normalgleichung
NAEHER	Berechnung der Näherungswerte der Unbekannten
PFMCHL	Lösung der Normalgleichung durch Cholesky-Zerlegung
REDRU	Ausdruck der ausgeglichenen Unbekannten
RIWI	Richtungswinkel aus Koordinaten berechnen
ROMAT	Berechnung der Drehmatrizen
SESAM	Berechnung der Verbesserungen und Data-Snooping
STRUCT	Untersuchen der Struktur der $\mathbf{A}$ -Matrix
SUCH2	Sequentielles Suchen von Punkt- und Bildnummern
TEZUP	Testen der zusätzlichen Parameter
VECMUL	Assemblerprogramm zur Berechnung des Skalarprodukts
XTRAXT	Auszug aus der Normalgleichung für den Test der zusätzlichen Parameter
ZUPAR	Funktionswerte der zusätzlichen Parameter berechnen

Tabelle 5.1: Funktionen der Programmteile von BINGO

Abbildung 5.5 zeigt für ein konkretes Beispiel die empirisch ermittelte Abhängigkeit der Rechenzeit von der zur Verfügung gestellten Kernspeichergröße und damit von der Anzahl der Blöcke.

Teilt man den zur Verfügung stehenden Kernspeicher für die Blöcke von **C** und **N** nicht im Verhältnis 1 : 1 auf, sondern reserviert beispielsweise 1/8 für **C** und 7/8 für **N**, so kommt dies einer Vergrößerung des Kernspeicherbereichs um 75 % gleich und es gilt:

$$k = \frac{8}{7} \cdot \frac{P}{S} \quad (5.16)$$

Das Programm CHESI unterteilt daher den insgesamt zur Verfügung gestellten Kernspeicherbereich im Verhältnis 1 : 7 oder in besonderen Fällen im Verhältnis 1 : 3. Im Folgenden werden die großen Blöcke als Großblöcke und die kleinen als Kleinblöcke bezeichnet. Ein Großblock besteht demzufolge aus 7 oder aus 3 Kleinblöcken (Abb. 5.6). Dabei wird die Aufteilung im Verhältnis 1 : 3 gewählt, wenn die Anzahl der Kleinblöcke eine vereinbarte Höchstgrenze überschreitet, oder die Länge eines Kleinblocks nicht ausreicht, um die längste Spalte des Gesamtblocks aufzunehmen. Diese empirisch ermittelten Verhältniszahlen ergeben gleichzeitig günstige Blockgrößen für die nachfolgende Berechnung der inversen Normalgleichungsmatrix.

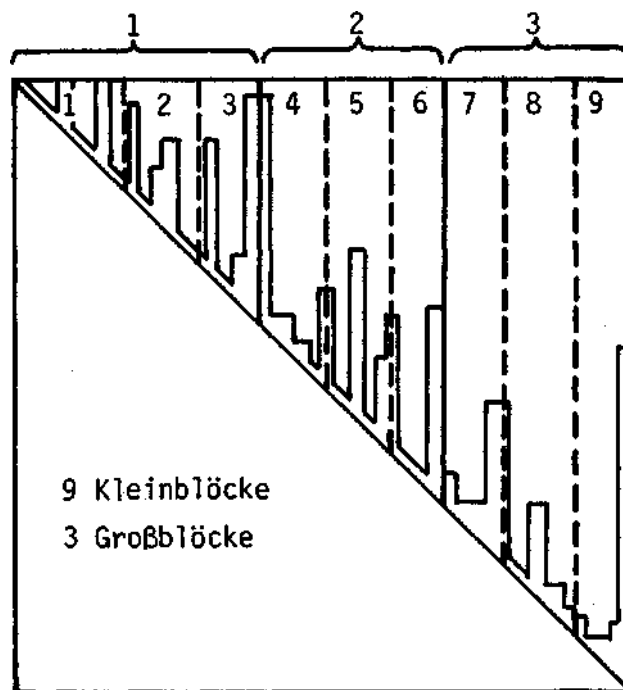


Abb. 5.6: Einteilung der Matrix in Groß- und Kleinblöcke

5.5.2 Berechnung der Normalgleichungsmatrix

Die Aufstellung von **N** erfolgt in Großblöcken. Dazu ist die Matrix **A** je Großblock einmal in den Kernspeicher einzulesen. Von der Möglichkeit, den anschließend im Kernspeicher stehenden Block von **N** sofort zu reduzieren, wird zugunsten einer klaren Programmstruktur kein Gebrauch gemacht. **N** und **n** werden zunächst in einer Datei festgehalten (Abb. 5.3).

Abweichend von dem Vorschlag von Jennings zur Berechnung der Adressen der Matrixelemente (4.6) wird in CHESI für jede Spalte die Position eines fiktiven Elements einer fiktiven Zeile Null gespeichert. Diese Methode wird bereits im Programm TRINA verwendet /W. Förstner 1979/

(zusätzliche mündliche Mitteilung). Sie hat den Vorteil, dass die Adressen der Matrixelemente einfacher zu berechnen sind: Ein Element n_{ij} steht nun auf Speicherplatz $i + a_j$ wobei $\mathbf{a}$ der Adressvektor ist. Die Formeln (4.6) und (4.7) für Adress- und Profilvektor gehen über in:

$$a_1 = 0$$

$$a_j = j + a_{j-1} - p_j \quad (5.17)$$

$$p_j = j + a_{j-1} - a_j \quad (5.18)$$

Für die in Abb. 4.6 gezeigte Matrix lautet der Adressvektor nun:

$$\mathbf{a} = | 0, 1, 3, 3, 7, 11, 16, 18, 21, 27, 34, 44 |^T$$

und unterscheidet sich von Original-Adressvektor jeweils um den Wert j .

5.5.3 Cholesky-Zerlegung und Berechnung des Lösungsvektors

Die Faktorisierung und die Berechnung des Lösungsvektors erfolgen in PFMCHL. $\mathbf{N}$ wird in Großblöcken eingelesen, reduziert ($\mathbf{C}$) und in Kleinblöcke unterteilt auf Datei geschrieben. Für die Reduktion eines Großblockes von $\mathbf{N}$ benötigt man nicht alle bereits berechneten Blöcke von $\mathbf{C}$, sondern nur diejenigen, die gespeicherte Elemente in gleicher Zeile enthalten, wie der Block von $\mathbf{N}$. Für die Reduktion des Großblocks Nr. 3 in Abb. 5.6 ist z.B. der Kleinblock 4 der erste Block von $\mathbf{C}$, der einzulesen ist, denn die größte Zeilennummer in Kleinblock 3 ist bereits kleiner, als die kleinste Zeilennummer im zu reduzierenden Block von $\mathbf{N}$.

In einem Hilfsvektor werden die reziproken Diagonalelemente von $\mathbf{C}$ festgehalten. Bei auftretenden Rangdefekten wird die defekte Spalte einschließlich des reziproken Diagonalelements von $\mathbf{C}$ auf Null gesetzt bevor die Berechnung weitergeführt wird. Die entsprechende Zeile im Lösungsvektor wird dann automatisch zu Null. Im Anschluss erfolgt eine Fehleranalyse. Diese Methode wird gleichfalls im Programmsystem HANNA verwendet /G. Funcke und W. Weise 1982/ (zusätzliche mündliche Mitteilung).

Zur Verkürzung der Rechenzeit wurde die innerste Programmschleife zur Berechnung des Skalarprodukts nach (4.8) durch ein Assemblerprogramm (VECMUL) ersetzt. Die Entwicklung dieses Programms erfolgte nach Vorgabe des Verfassers durch das Rechenzentrum. Es nutzt besondere Hardware-Eigenschaften der CYBER 76 aus und verkürzt die Rechenzeit (einschließlich Datentransfers) für die Faktorisierung um etwa 15 bis 20 %.

Für die anschließende Berechnung des Lösungsvektors nach (4.4) müssen die Blöcke von $\mathbf{C}$ in rückwärtiger Reihenfolge gelesen werden. Obwohl pro Iteration hier nur ein Lösungsvektor zu berechnen ist, wurde CHESI so programmiert, dass die gleichzeitige Berechnung mehrerer Lösungsvektoren möglich ist.

5.5.4 Inversion der Normalgleichungsmatrix

Die Berechnung der Profilinversen in CINVRs nach der Formel

$$\mathbf{C} \cdot \mathbf{N}^{-1} = \mathbf{C}^{-1T} \quad (5.19)$$

erfolgt spaltenweise, beginnend bei der letzten Spalte von $\mathbf{N}^{-1}$. Zur Berechnung eines Blockes sind in einer ersten Verarbeitungsstufe die bereits berechneten Blöcke von $\mathbf{N}^{-1}$ mit dem jeweils entsprechenden Block von $\mathbf{C}$ zu kombinieren. Da diese Berechnung nicht auf dem Platz von $\mathbf{C}$

erfolgen kann, ist die Hälfte des zur Verfügung stehenden Kernspeicherbereichs für den entstehenden Block $\mathbf{N}^{-1}$ reserviert. Die andere Hälfte dient zur Aufnahme je eines bereits berechneten Blockes von $\mathbf{N}^{-1}$ sowie des entsprechenden Blockes von $\mathbf{C}$ (Abb. 5.7). In der zweiten Verarbeitungsstufe wird diese mit dem Block von $\mathbf{C}$ belegt, für den gerade die Berechnung von $\mathbf{N}^{-1}$ erfolgt. Im Beispiel wird Block Nr. 2 von $\mathbf{N}^{-1}$ berechnet, so dass dann Block Nr. 2 von $\mathbf{C}$ im Kernspeicher steht.

Abb. 5.7 zeigt im oberen Teil die prinzipielle Blockstruktur für die Inversion. Im unteren Teil ist zu sehen, wie viele Kleinblöcke der jeweiligen Datei in jedem Datenfeld stehen können. Die dargestellte Einteilung gilt für eine Kernspeicheraufteilung bei der Faktorisierung im Verhältnis 1 : 7. Bei einer Aufteilung im Verhältnis 1 : 3 sind es jeweils halb so viele Blöcke. Der berechnete Block von $\mathbf{M}$ wird dann - in 4 oder 2 Kleinblöcke unterteilt - in einer weiteren Datei gespeichert.

Für die Berechnung eines Blockes von $\mathbf{N}^{-1}$ müssen nicht alle bereits berechneten Blöcke von $\mathbf{N}^{-1}$ und von $\mathbf{C}$ gelesen werden, sondern nur - wie bei der Faktorisierung - diejenigen, die Elemente in einer gleichen Zeile, wie der zu berechnende Block enthalten.

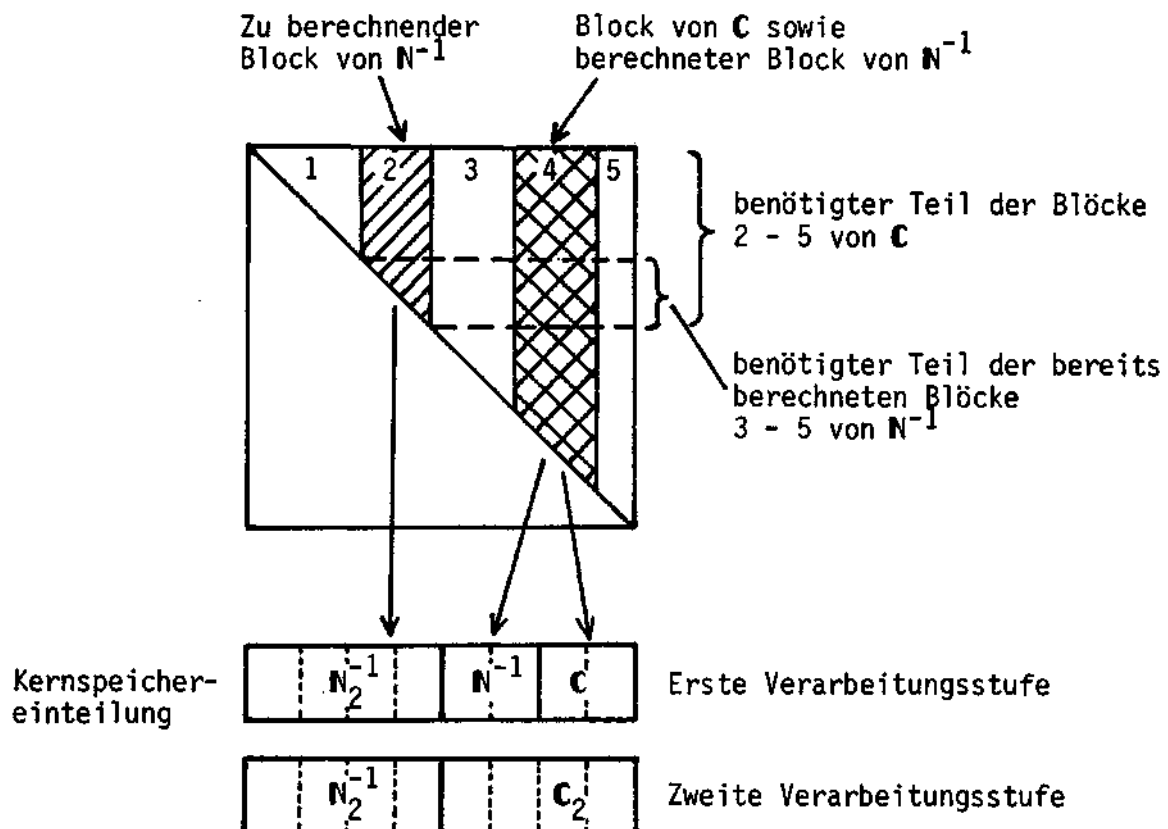


Abb. 5.7: Kernspeicherbelegung bei der Berechnung der Inversen

Die Anzahl der zu berechnenden Blöcke von $\mathbf{N}^{-1}$ ist - im Gegensatz zur Faktorisierung - hier durch (5.15) bestimmt, so dass sich eine höhere Datentransferrate ergibt. Außerdem wurde keine Optimierung in Assembler vorgenommen, so dass für die Inversion im Verhältnis zur C-Zerlegung mit einem stärkeren Anstieg der Ausführungszeit zu rechnen ist, als es aufgrund der Anzahl der erforderlichen Multiplikationen zu erwarten wäre.

5.6 Berechnung der Verbesserungen und Data-Snooping

Zur Berechnung der Verbesserungen v nach (2.5) wird die $\mathbf{A}$ -Matrix im Programm SESAM zeilenweise (gepuffert) wieder eingelesen und mit dem Lösungsvektor $\mathbf{x}$ multipliziert. Die Verbesserungen, die einen wählbaren Grenzwert überschreiten, werden auf die Datei PRINT ausgegeben.

Optional kann diese Ausgabe unter Berücksichtigung der Redundanzanteile und der Testgrößen w_i (5.12) erfolgen. Ihre Berechnung für das Data-Snooping erfolgt vor der Ermittlung der Verbesserungen im Programm DIANA. Da nur die Diagonale des Produkts $\mathbf{AN}^{-1}\mathbf{A}^T$ gesucht ist, kann 5.13 für die praktische Berechnung modifiziert werden:

$$(\mathbf{Q}_{vv})_{ii} = (\mathbf{Q}_{\parallel})_{ii} - \mathbf{a}_i \mathbf{N}^{-1} \mathbf{a}_i^T$$

wobei $\mathbf{a}_i$ ein Zeilenvektor von $\mathbf{A}$ ist. Der Hauptaufwand hierbei besteht in der Bestimmung der Diagonalen des Produkts $\mathbf{AN}^{-1}\mathbf{A}^T$. Für diese Operation wird im zur Verfügung stehenden Kernspeicher für die Matrix $\mathbf{N}^{-1}$ so viel Platz reserviert, dass gerade ein Kleinblock hineinpasst. Der übrige Platz wird in drei gleich große Bereiche unterteilt. Ein Teil dient zur Aufnahme eines Blockes der in Sparse-Form vorliegenden $\mathbf{A}$ -Matrix. Im zweiten Teil wird der in gleicher Speicherform zu bildende Teilblock des Produkts $\mathbf{AN}^{-1}$ festgehalten.

Indices	$\mathbf{A}$	$\mathbf{AN}^{-1}$	$\mathbf{N}^{-1}$
---------	--------------	--------------------	-------------------

Abb. 5.8: Kernspeicherbelegung zur Berechnung der Redundanzanteile

Der dritte Teil wird zur Speicherung der für die beiden anderen Blöcke gemeinsam gültigen Indices benutzt. Für jeden Block von $\mathbf{A}$ sind alle Blöcke von $\mathbf{N}^{-1}$ einmal einzulesen. Ist der Teil von $\mathbf{AN}^{-1}$ komplett, so werden die entsprechenden Redundanzanteile im Kernspeicher berechnet und an die Datei angehängt, die auch $\mathbf{N}$ enthält. Dieser Vorgang ist so lange zu wiederholen, bis alle Blöcke von $\mathbf{A}$ verarbeitet sind. Danach stehen die Redundanzanteile auf der Datei zur Verfügung.

6. Die neue Lösungsmethode in der praktischen Anwendung und im Vergleich

6.1 Vergleiche zwischen den Programmen BINGO und BLUHE

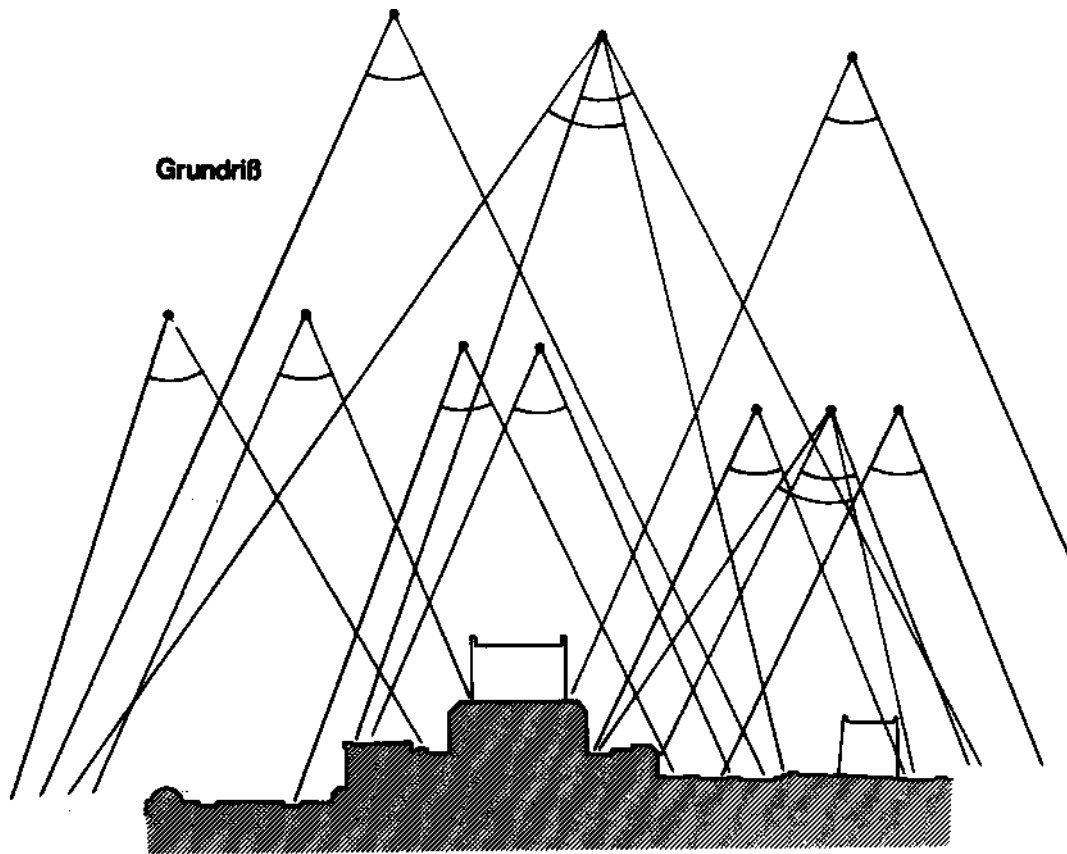
Zum Nachweis der Leistungsfähigkeit der neu entwickelten Methode für herkömmliche Bündelausgleichungen ohne zusätzliche Beobachtungen erfolgt ein Vergleich mit dem Programm BLUHE (Bündelausgleichungsprogramm des Programmsystems BLUH). Im Gegensatz zu BINGO löst BLUHE die Normalgleichung nicht vollständig, sondern berechnet nur die Zuschläge zu den Unbekannten der äußeren Orientierung. Dieses Verfahren ist möglich, weil die Passpunkte als Festpunkte behandelt werden (Kapitel 2.3.3). Da BINGO auch an den Passpunkten Verbesserungen zulässt, ist eine bessere Modellanpassung gegeben. Daher sind bessere Genauigkeiten zu erwarten, sobald die Passpunkte - umgerechnet auf den Bildmaßstab - nicht wesentlich genauer sind als die Bildmessungen. Dafür müssen ein etwas höherer Rechenaufwand und eine höhere Datentransfer-Rate in Kauf genommen werden.

Andererseits kann BINGO durch die Anwendung der Cholesky-Zerlegung bezüglich der Rechenzeit besser optimiert werden, so dass der höhere Aufwand nur in wenigen Fällen auch zu höheren Rechenzeiten führt.

Fünf sehr unterschiedliche Bündelblöcke wurden jeweils mit identischen Datensätzen sowohl mit BINGO als auch mit BLUHE berechnet. Diese Bündelblöcke sind im Folgenden näher beschrieben. Daran anschließend erfolgen eine Zusammenstellung und die Bewertung der Ergebnisse. Es wird jeweils die Rechenzeit verglichen und die erreichte Genauigkeit, wobei es für den angestrebten Zweck ausreichend ist, als Kriterium für die Genauigkeit nur die empirische Standardabweichung σ_0 heranzuziehen, obwohl dieser Wert nicht in allen Fällen auch Aussagen über die erreichbare Genauigkeit an unabhängigen Vergleichspunkten zulässt.

6.1.1 Block 'Hamburg Hauptbahnhof'

Ziel dieser terrestrisch-photogrammetrischen Aufnahme aus dem Jahre 1976 war die Fassadenkartierung im Maßstab 1 : 25 eines Teils des Hamburger Hauptbahnhofes. Dieser historische Teil der Fassade sollte im Rahmen der U- und S-Bahn-Ausbaumaßnahmen zunächst abgebaut und anschließend originalgetreu wieder errichtet werden. Die Aufnahmeplanung sah acht Detailaufnahmen im Bildmaßstab 1 : 200 sowie vier Aufnahmen im Bildmaßstab 1 : 400 mit einem Phototheo 19/1318 von Jenoptik vor (Abb. 6.1).



Höhe: 12 bis 24 m, Breite: 87 m

Abb. 6.1: Aufnahmeanordnung 'Hamburg Hauptbahnhof'¹

Zur Orientierung der Modelle wurden insgesamt 34 Passpunkte mit einem großen Kostenaufwand geodätisch bestimmt. Die mittleren Koordinatenfehler betrugen dabei etwa 5 bis 8 mm. Umgerechnet auf den Bildmaßstab 1 : 200 sind das 25 bis 40 μm und damit für eine analoge Auswertung voll ausreichende Werte.

Nach Abschluss der Auswertearbeiten wurde untersucht, wie weit die Anzahl der geodätisch bestimmten Passpunkte zur Einsparung von Kosten für diesen Aufnahmefall durch eine Bündelausgleichung verringert werden könnte. Eine der durchgeführten Berechnungen ist jetzt im Rahmen der vorliegenden Arbeit zum Vergleich von BLUHE mit BINGO wiederholt worden.

Dieser Testblock enthält 84 Punkte, von denen 16 Passpunkte sind. Er besteht aus 24 Photos, da jede der geplanten Aufnahmen doppelt ausgeführt und gemessen wurde. Deutlich sind in Abb. 6.2 die Strukturen der Doppel aufnahmen und die zum Teil aus dem Profil herausragenden Übersichtsaufnahmen im Maßstab 1 : 400 zu erkennen.

Hinsichtlich der Rechenzeiten (BINGO 5.42 sec, BLUHE 6.66 sec bei je 3 Iterationen) ergibt der Vergleich keine bemerkenswerten Unterschiede

Die Genauigkeit - repräsentiert durch die empirische Standardabweichung der Gewichtseinheit σ_0 - ist jedoch in BINGO mit 6,3 μm deutlich besser als in BLUHE mit 10,3 μm . Dieser Unterschied ist ausschließlich darauf zurückzuführen, dass die Genauigkeit der Passpunkte (umgerechnet in den Bildmaßstab) mit + 25 bis 40 μm nicht so gut ist wie die Genauigkeit der Bildmessungen, die aus den Differenzen der Doppelmessungen mit 4,3 μm ermittelt wurde. Die Methode, Passpunkte als Festpunkte zu behandeln, ist daher für Anwendungen in der Nahbereichsphotogrammetrie weniger geeignet.

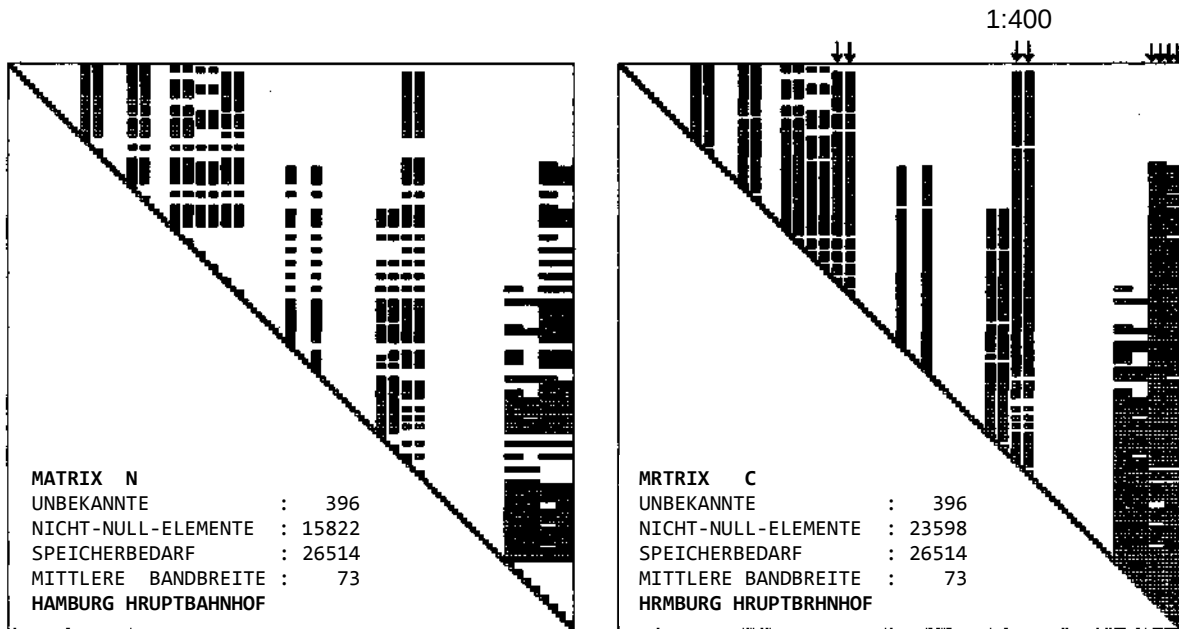


Abb. 6.2: Matrizenstrukturen der neu entwickelten Methode für den Testblock 'Hamburg Hauptbahnhof'

6.1.2 Block 'Jemijärvi'

Dieser Aerotriangulationsblock erfasst ein vom Finnischen Landesvermessungsamt zum Zwecke von Kammerkalibrierungen angelegtes Testfeld, in dem 122 Passpunkte mit einer Standardabweichung von maximal $\pm 1,2$ mm bestimmt worden sind /K. Jacobsen 1980/. Aus einer Doppelbefliegung (60 % Längs- und Querüberdeckung jeweils in den Flugrichtungen Nord-Süd und Ost-West) mit 96 Bildern im Maßstab 1 : 4000 sind für den Vergleich der Methoden 3 Bildstreifen mit je 8 Bildern ausgewählt worden, die eine Längsüberdeckung von 60 % und eine Querüberdeckung von 20 % aufweisen. Dieser Bildverband unterscheidet sich von dem in Kapitel 2 (Abb. 2.1) dargestellten Block nur durch drei weitere Bilder. Die Anzahl der Punkte im Block ist mit 156 jedoch deutlich größer.

Mit 7 zusätzlichen Parametern und 36 Passpunkten ergab eine Berechnung mit BLUHE einen Gewichtseinheitsfehler $\sigma_0 = 3,20 \mu\text{m}$. Mit BINGO dagegen wurde ein σ_0 von $3,14 \mu\text{m}$ erreicht. Dieser Unterschied ist wieder auf die Behandlung der Passpunkte zurückzuführen, deren Genauigkeit im Bildmaßstab zwar $+ 0,3 \mu\text{m}$ beträgt, bei der hohen Anzahl von Passpunkten ist jedoch ein Einfluss auf σ_0 unvermeidlich.

Die Rechenzeiten für eine Iteration (BINGO 1,95 sec, BLUHE 1,67 sec) unterscheiden sich wiederum nur geringfügig, wie es bei so kleinen Blöcken nicht anders zu erwarten ist.

Abb. 6.3 zeigt die Matrizenstrukturen der Normalgleichungs- und der Choleskymatrix **C**.

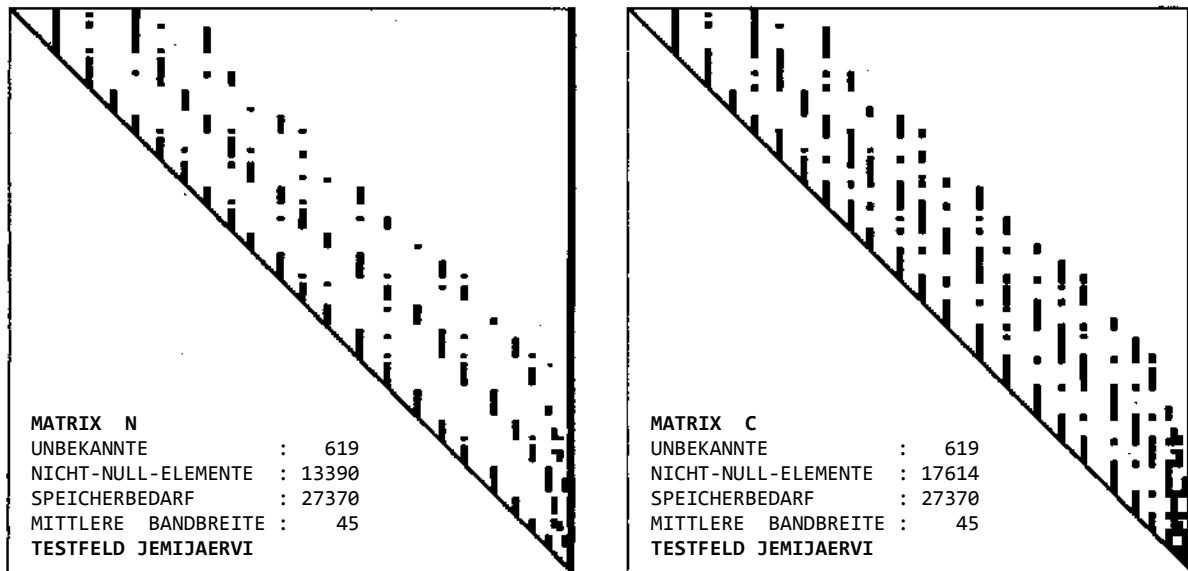


Abb. 6.3: Matrizenstrukturen der neu entwickelten Methode für den Testblock Jemijärvi

6.1.3 Block 'Kühlturm Mülheim-Kärlich'

Im Rahmen eines mit der Rheinisch-Westfälischen Elektrizitätswerke AG gemeinsam durchgeführten Forschungsvorhabens zur Entwicklung und Erprobung eines Vermessungsverfahrens für große Kühltürme wurde der 162 m hohe Kühlturm Mülheim-Kärlich photogrammetrisch erfasst /E. Kruck u. B. Wrobel 1982/. Als Aufnahmeplattform diente ein Hubschrauber, als Aufnahmekammer eine speziell adaptierte UMK 10/1318 FF von Jenoptik.

Zur Auswertung gelangten 108 Bilder, die in 18 vertikalen Streifen mit je 6 Aufnahmen angeordnet sind. Sie überdecken sich horizontal zu etwa 80 % (Abb. 6.4). Die vertikale Überdeckung ist wegen der Krümmung des Turmes nicht konstant, sondern beträgt in der Mitte eines Bildstreifens 60 %, an den Rändern dagegen bis zu 80 %. Aufgrund dieser starken Überdeckung in Verbindung mit der geschlossenen Form des Blockes wiederholen sich bei ringförmiger Numerierung der Bilder viele Punkte noch nach 72 Bildern. Bei Anwendung der rekursiven Partitionierung entsteht hier in der reduzierten Normalgleichungsmatrix eine Bandbreite von $b = 72 \times 6 = 432$.

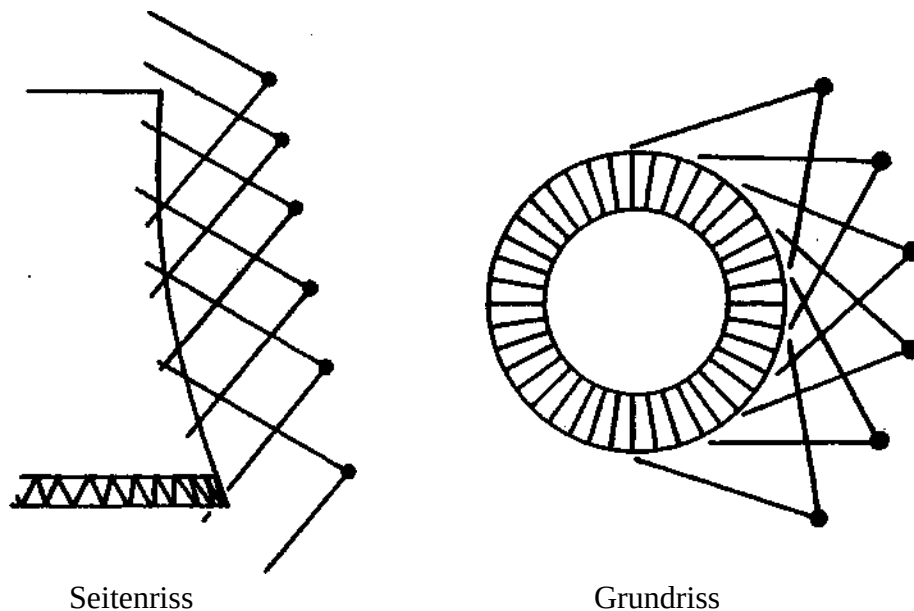


Abb. 6.4: Aufnahmeanordnung Kühlturm

In diesem Falle werden zur Reduktion der Normalgleichung etwa 95 000 Kernspeicherplätze benötigt (Kapitel 2.3.2). Eine angestrebte Verstärkung der unteren und oberen Bildreihe um je 18 weitere Zwischenaufnahmen hätte die Bandbreite auf $b = 540$ und damit die Kernspeicheranforderung auf etwa 146 000 Speicherplätze erhöht. Eine so große Feldlänge steht jedoch auf der verwendeten Rechanlage pro Benutzer nicht zur Verfügung.

Die neu entwickelte Methode stellt keine so hohen Kernspeicheranforderungen und hat daher auch keine Bandbreitenbegrenzungen. Die Auswertung blieb jedoch auf 108 Bilder begrenzt, da BINGO zum Zeitpunkt der Arbeiten noch nicht vollständig entwickelt war.

In den Bildern wurden 566 natürliche Punkte auf der Kühlerschale und 72 signalisierte am oberen und unteren Kühlturmrand angemessen. Die Anzahl der Passpunkte beträgt 9 am oberen und 18 am unteren Kühlturmrand. Mit 13 zusätzlichen Parametern, die von BLUHE als relevant ermittelt worden waren, ergaben sich insgesamt 2575 auszugleichende Unbekannte. Die Rechenzeit für zwei Iterationen betrug mit BLUHE 194 sec. Es wurde ein σ_0 von $8.53 \mu\text{m}$ erreicht.

Mit BINGO reduzierte sich die Anzahl der notwendigen zusätzlichen Parameter auf 7. Bei Berücksichtigung der Kammerkonstanten und der Hauptpunktlage als Unbekannte sind nur noch drei Parameter erforderlich. In dieser Ausgleichung wurde ein σ_0 von $8.50 \mu\text{m}$ erreicht. Die vergleichbare Rechenzeit beträgt 242 sec und liegt damit deutlich über der von BLUHE. Diese Frage wird in Kapitel 6.1.5 noch ausführlicher behandelt werden.

Die Reduzierung der notwendigen zusätzlichen Parameter von 13 (BLUHE) auf 7 (BINGO) ist wiederum mit der Art der Behandlung der Paßpunkte zu erklären. Sind keine Verbesserungen an den Passpunkten zugelassen, wird ein Zwang auf den Block ausgeübt und die kleinen Unsicherheiten der Passpunkte erzeugen scheinbare Bilddeformationen.

Die weitere Reduzierung auf drei Parameter ist lediglich eine Frage der Wahl eines geeigneten Ansatzes zur Erfassung der Bilddeformationen. Da BLUHE für Aerotriangulationsblöcke entwickelt wurde, können Kammerkonstante und Hauptpunktlage darin nicht als Unbekannte an der Ausgleichung teilnehmen, weil diese Werte dann zu stark mit den Unbekannten der äußeren Orientierung korreliert sind.

Die Abbildungen 6.5 und 6.6 zeigen die Matrizenstrukturen bei ringförmiger Numerierung der Bilder. Deutlich sind die 6 übereinander liegenden Ringe mit je 18 Bildern zu erkennen. Auch die

Überdeckungsverhältnisse werden gut sichtbar (Abb. 6.5).

Band 2 zeigt die Verknüpfungen zweier direkt übereinanderliegender Ringe, Band 3 die der übernächsten Nachbarn usw. Band 4 enthält nur noch sehr wenige Elemente. Am Ende eines jeden Ringes werden die Vektoren regelmäßig länger und zeigen an, dass die ersten Punkte sich in den letzten Bildern wiederholen.

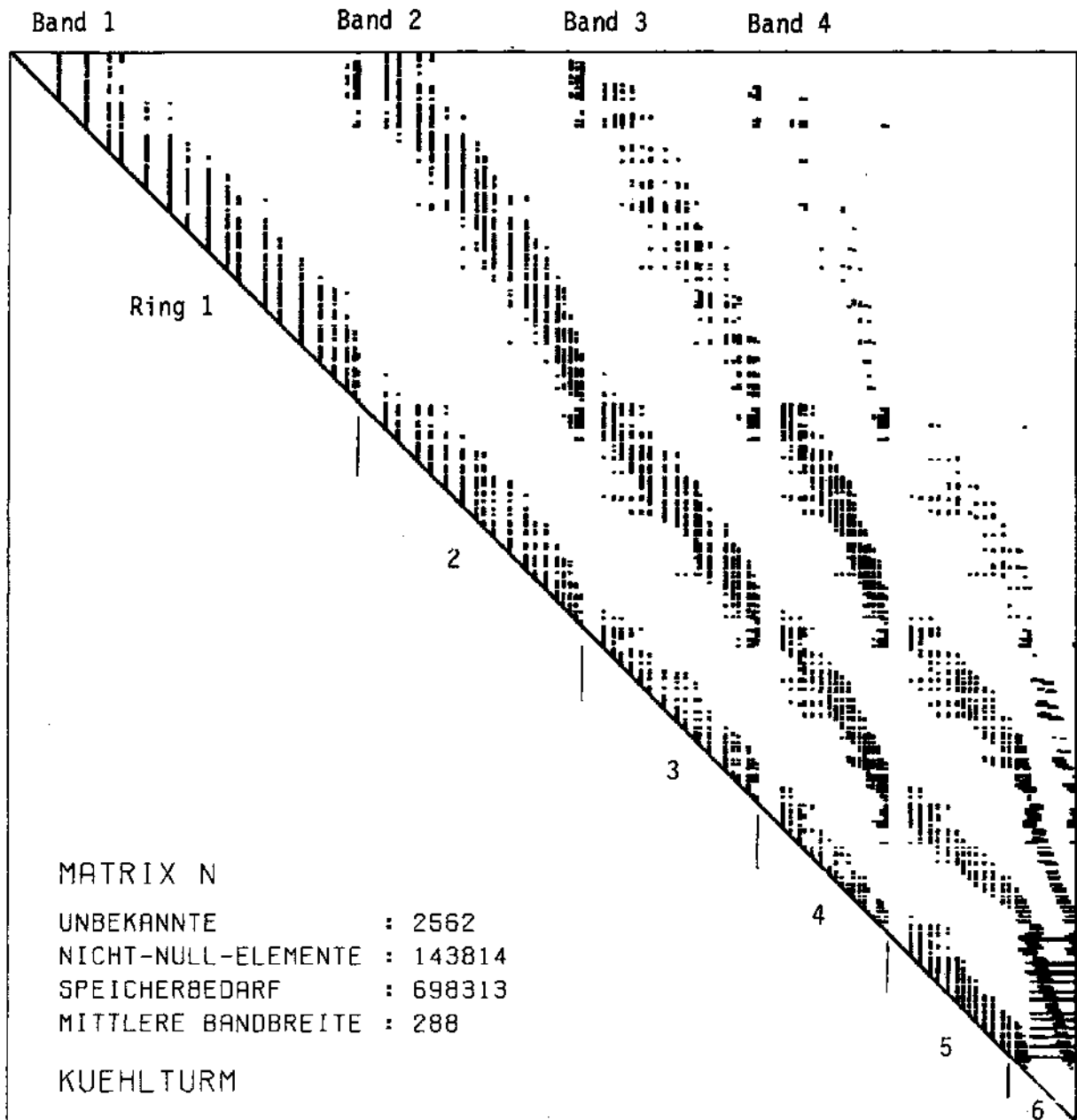


Abb. 6.5: Struktur der Normalgleichungsmatrix für den Block 'Kühlturm Mülheim-Kärlich'

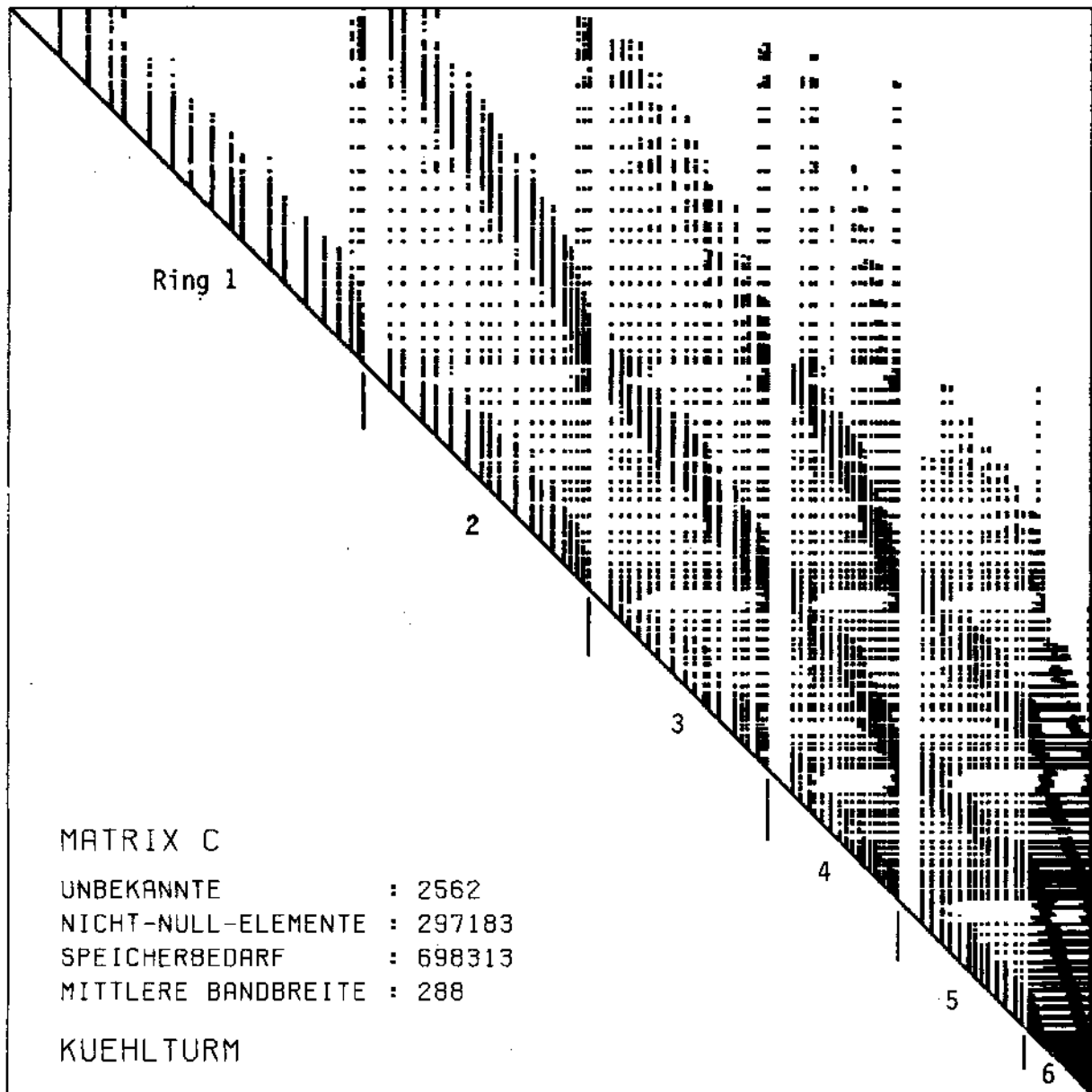


Abb. 6.6: Struktur der Cholesky-Matrix für den Block 'Kühlturm Mülheim-Kärlich'

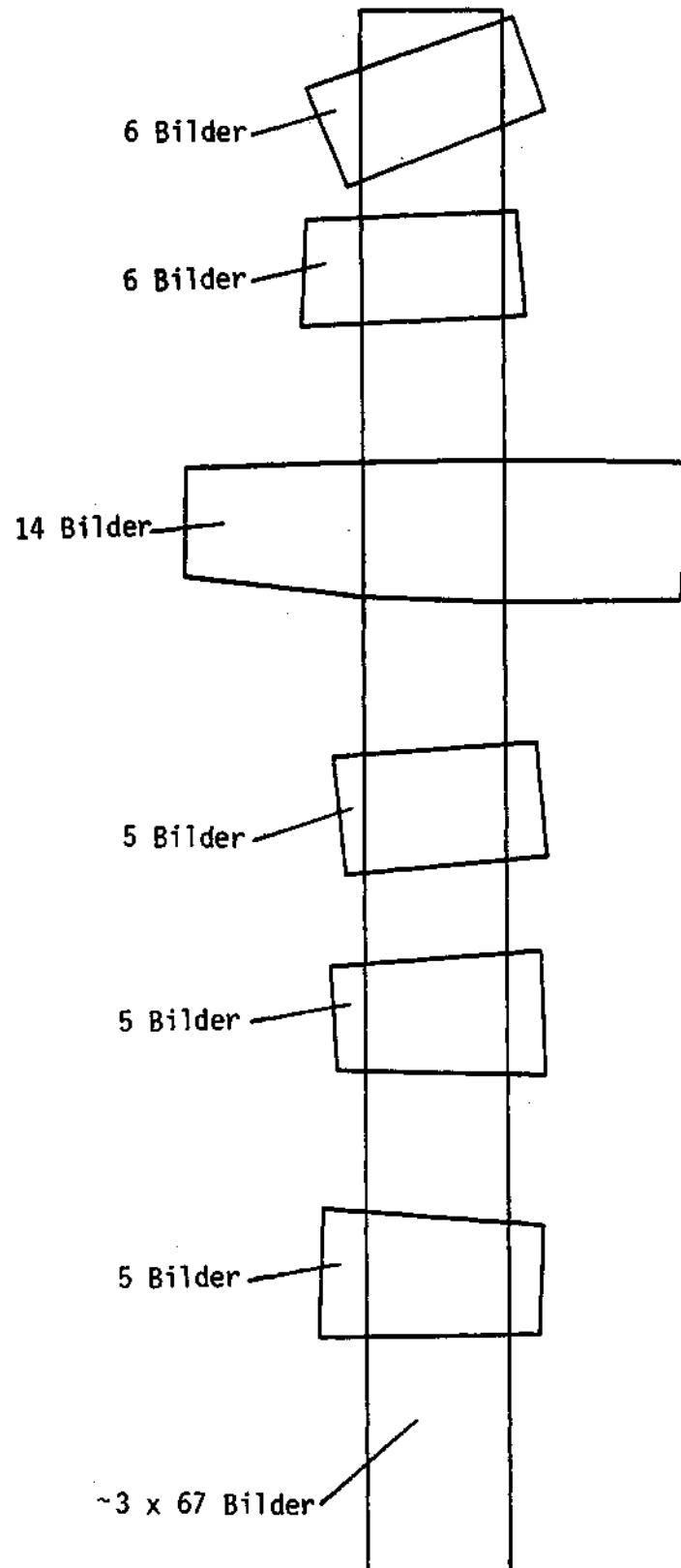


Abb. 6.7: Bildüberdeckung des Blockes 'Bolivien'

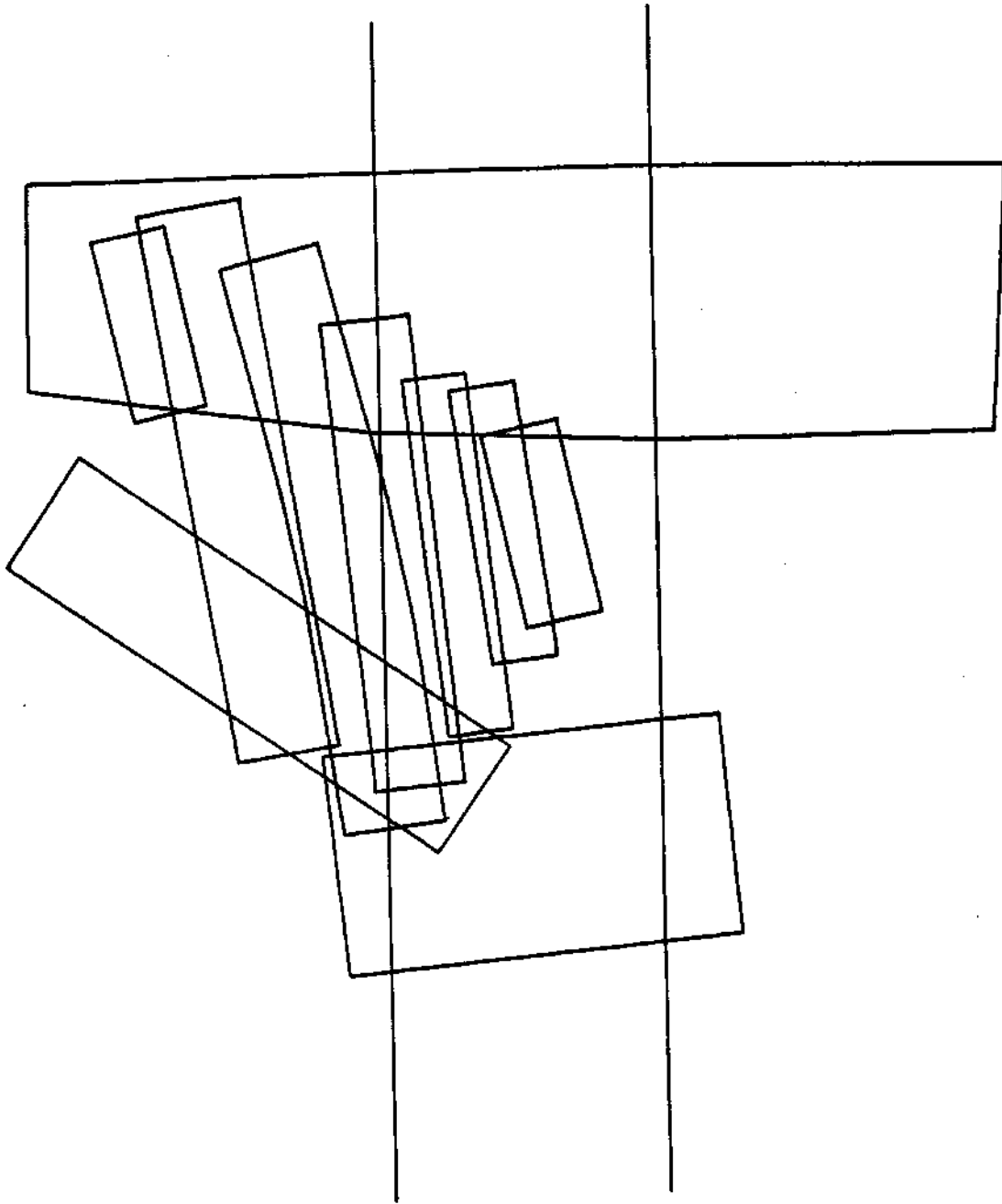


Abb. 6.8: Bildüberdeckung des Blockes 'Bolivien II' (Ausschnitt)

6.1.4 Block 'Bolivien'

Dieser Block mit einer Ausdehnung von $390 \times 40 \text{ km}^2$ erfasst einen Teil der Anden in Bolivien. Er besteht aus drei Bildstreifen mit je etwa 67 Bildern im Bildmaßstab 1 : 67 000 sowie aus 6 zusätzlich quer geflogenen Bildstreifen mit je 5 bis 14 Bildern im Maßstab 1 : 120 000 (Abb. 6.7). Ziel der Auswertungen ist eine Kartierung der vorhandenen Gletscher im Maßstab 1 : 50 000. Diese soll als Grundlage der Erforschung des Wasserhaushalts der Gletscher zur Sicherung der Wasserversorgung dieser Region beitragen.

Die Messung der Bildkoordinaten wurde von verschiedenen Studenten durchgeführt. Als Verknüpfungspunkte dienen natürliche Punkte wie z.B. Bergkuppen. Die Passpunkte sind zum Teil mit Unsicherheiten von mehr als 100 m behaftet und sehr ungünstig verteilt. Hohe Genauigkeitsanforderungen an das Ergebnis können daher nicht gestellt werden.

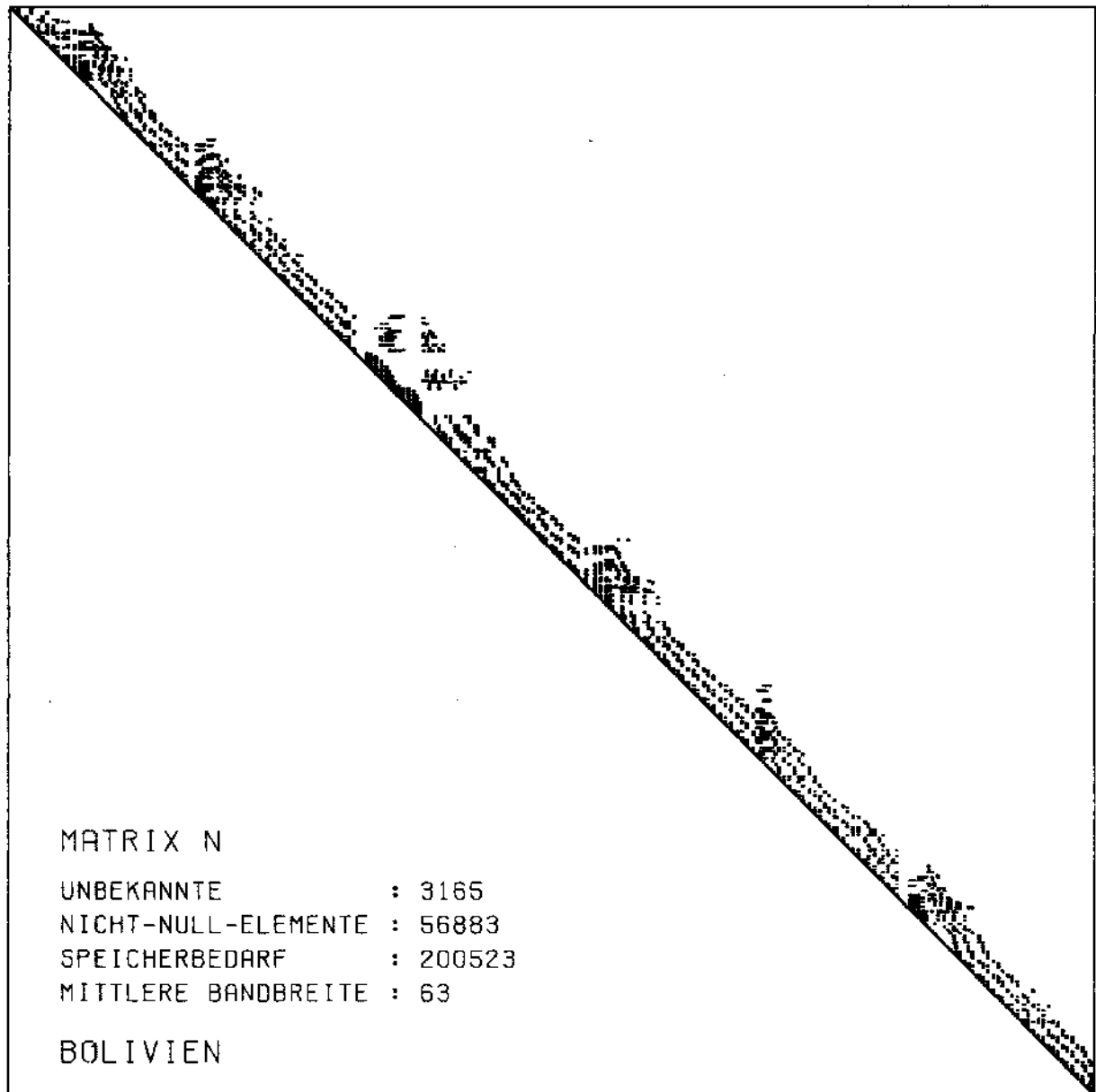


Abb. 6.9: Struktur der Normalgleichungsmatrix für den Block 'Bolivien'¹

Der Block besteht aus 241 Bildern und 573 Punkten, also insgesamt aus 3165 Unbekannten. Die Rechenzeit für drei Iterationen liegt für BINGO mit 37,7 sec sehr deutlich unter der von BLUHE mit 53,8 sec. Auch die Standardabweichung der Gewichtseinheit ist bei BINGO mit 27,5 μm kleiner als die von BLUHE mit 33,9 μm .

Die Abbildungen 6.9 und 6.10 zeigen die bei Anwendung der neuen Methode entstehenden Matrizenstrukturen für die Normalgleichungsmatrix sowie für die Cholesky-Matrix **C**.

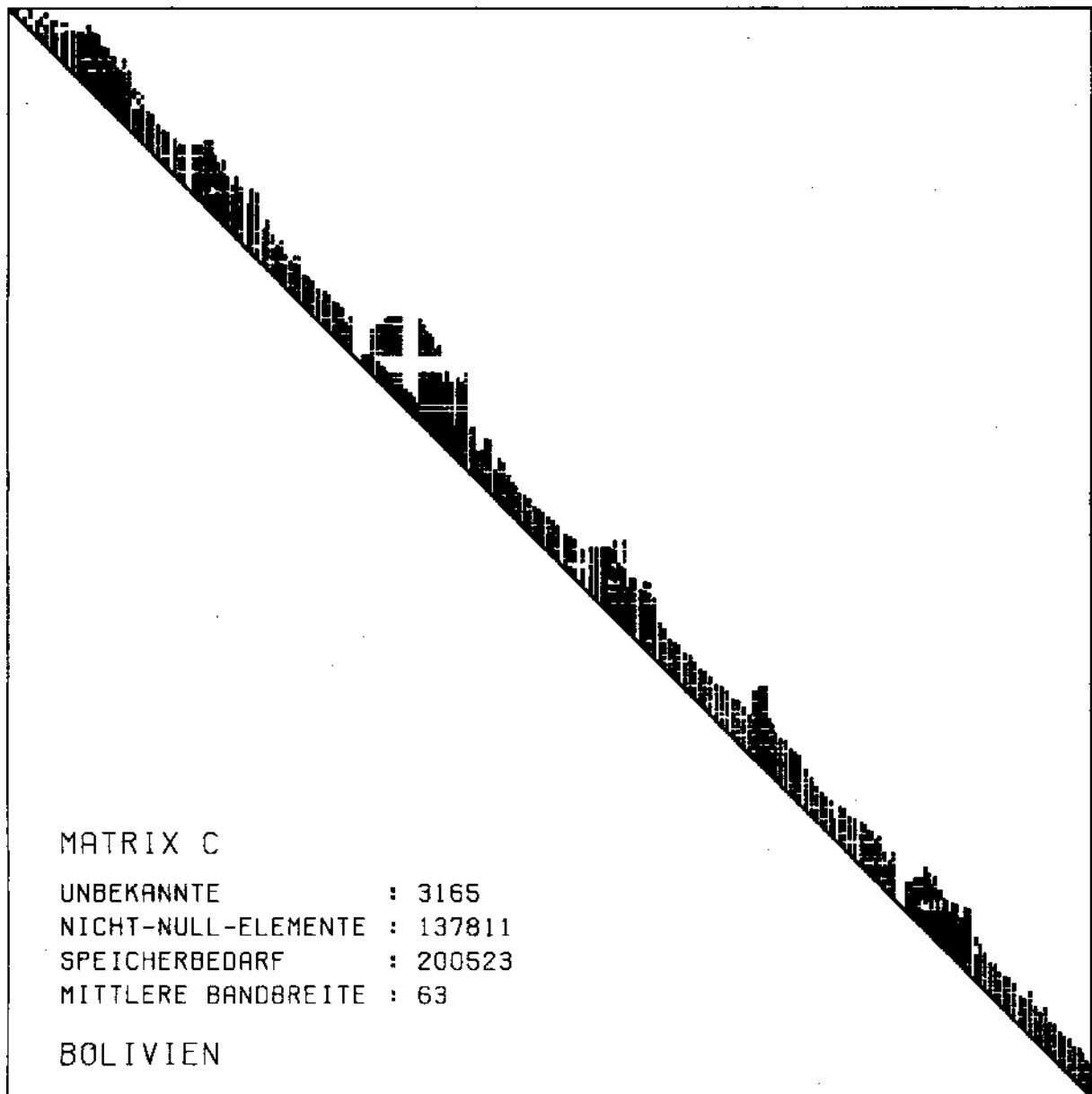


Abb. 6.10: Struktur der Cholesky-Matrix für den Block 'Bolivien'

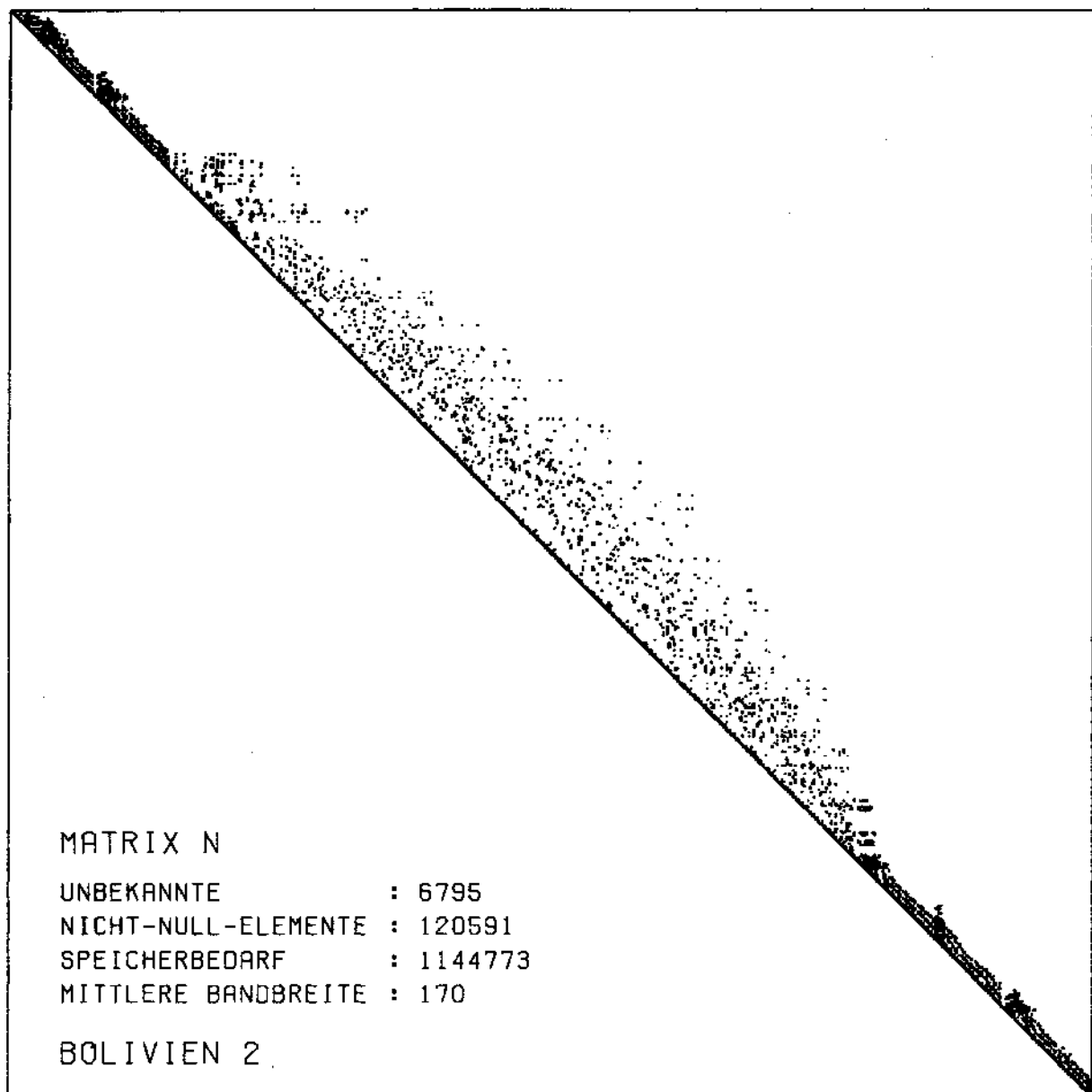


Abb. 6.11: Struktur der Normalgleichungsmatrix für den Block 'Bolivien II'

Der Block 'Bolivien II'¹ besteht aus den vorgenannten Bildern und Punkten sowie aus 236 weiteren Bildern und 738 weiteren Punkten, so dass die Anzahl der Unbekannten insgesamt 6795 beträgt. Diese weiteren Bilder mit den Maßstäben 1 : 34 000 bis 1 : 53 000 stammen aus fünf Befliegungen mit verschiedenen Aufnahmekammern und verdichten einen Ausschnitt des Blockes 'Bolivien'¹ (Abb. 6.8).

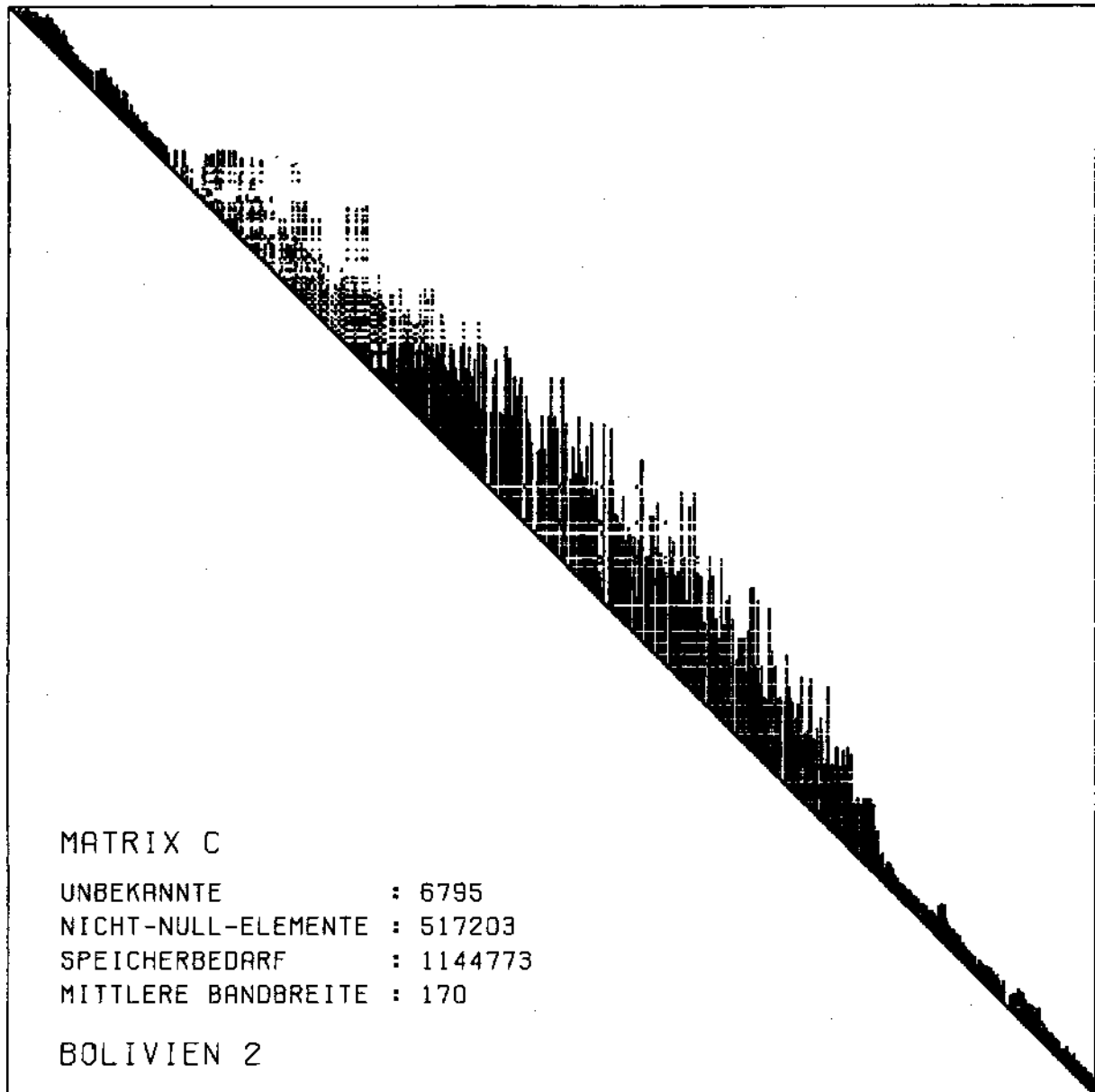


Abb. 6.12: Struktur der Cholesky-Matrix für den Block 'Bolivien II'

In den Matrizen (Abb. 6.11 und 6.12) sind seitlich die Strukturen des ursprünglichen Blockes 'Bolivien' wieder zu erkennen. Die Matrix **N** zeigt deutlich die unregelmäßigen Strukturen der zusätzlichen Befliegungen. Die Rechenzeit für eine Iteration liegt bei BINGO mit 146 sec wieder unter der von BLÜHE mit 173 sec. Genauigkeitsangaben sind z.Zt. noch nicht möglich, da die Fehlerbereinigung für diesen Block noch nicht abgeschlossen ist.

6.1.5 Zusammenstellung und Bewertung der Ergebnisse

In Tabelle 6.1 sind die Leistungsdaten der neu entwickelten Methode und des Programms BINGO für die gezeigten Testbeispiele zusammengestellt. Im Vergleich mit dem Programm BLUHE sind bei den Testbeispielen bezüglich der Rechenzeiten keine herausragenden Unterschiede festgestellt worden. Diese Aussage gilt besonders unter Berücksichtigung des Rechenaufwandes für die Auflösung einer vollen oberen Dreiecksmatrix, der z.B. für den Block 'Bolivien' 840 mal größer wäre als bei der neu entwickelten Methode (Tab. 6.1).

Block-name	Anzahl der Unbekannten u	Profilgröße P	mittlere Bandbreite b	relative Profilgröße IM P u(u+1)/2	Nicht-Null-Elemente im Profil X in N in C		Füllin-Faktor	Rechenaufwand a IMio.Multl	Rechenzeit für Faktorisierung [sec]	Rechengeschwindigkeit IMio.Multl iVecl	relativer Rechenaufwand -f- III u ¹ /6	Rechenzeit für Inversion (aus C) lsecI
Ausgleich. ohne zusätzliche Beobachtungen												
Hamburg HBF	396	26 514	73,2	33,7	59,7	89,0	1,5	0,931	1,15	0,81	9,1	3,48
Jemijärvi	619	27 370	45,3	7,1	48,9	64,4	1,3	0,606	0,89	0,68	1,5	2,73
Kühlturm	2 562	698 313	288,3	21,2	20,6	42,6	2,1	98,475	105,21	0,94	3,6	379,11
Bolivien	3 174	199 137	62,9	4,0	28,4	68,7	2,4	6,189	8,39	0,74	0,12	24,98
Bolivien II	6 795	1144773	170,1	5,0	10,5	45,2	4,3	96,665	125,58	0,77	0,18	
Ausgleich. mit zusätzlichen Beobachtungen												
Hamburg HBF	438	31 788	79,2	33,0	51,4	79,8	1,6	1,209	1,66	0,73	11,6	4,95
Kühlturm	2 693	881 666	350	24,3	16,5	41,4	2,5	150,312	153,85	0,98	4,6	577,67
+ im Vergleich mit der Speicherung und Bearbeitung einer vollen oberen Dreiecksmatrix												

Tab. 6.1: Leistungsdaten der neu entwickelten Methode für die gezeigten Testbeispiele

Nr.	Blockname	Bilder	Punkte	Unbekannte U	Quotient Punkte / Bilder	Iterationen	Rechen Zeiten			Gewichtseinheitsfehler	
							absolut sec		relativ $T = \frac{t_1 - t_2}{0.5 \cdot (t_1 + t_2)}$	σ ₀ μm	
							t1 BINGO	t2 BLUHE		BINGO	BLUHE
1	Hamburg HBF	24	84	396	3,5	3	5,42	6,66	- 21	6,30	10,3
2	Jemijärvi	24	156	619	6,5	1	1,95	1,67	+ 15	3,14	3,20
3	Kühlturm	108	636	2 562	5,9	2	242	194	+ 22	8,50	8,53
4	Bolivien	241	573	3 165	2,4	3	37,7	53,8	- 35	27,5	33,9
b	Bolivien II	477	1 311	6 795	2,7	1	146	173	- 17		

Tab. 6.2: Vergleich von Rechenzeiten und Genauigkeiten zwischen BINGO und BLUHE

In Tabelle 6.2 sind die erreichten Rechenzeiten zusammengestellt. Für den relativen Vergleich ist eine Vergleichsgröße T angegeben, für deren Berechnung das Mittel aus beiden Zeiten t₁ und t₂ als Basis gewählt wurde, um keine der Methoden zu bevorzugen.

Besonders bemerkenswert ist die Tatsache, dass die Anzahl der im Profil gespeicherten Null-Elemente keinen Zusammenhang mit dieser Vergleichsgröße T erkennen lassen: Bei den Testbeispielen Kühlturm und Bolivien II ist ihr Anteil mit 57 % und 55 % etwa gleich, das Verhältnis der Rechenzeiten zwischen BINGO und BLUHE ist jedoch mit T = + 22 bzw. - 17 sehr unterschiedlich. Die Anzahl der im Profil gespeicherten Null-Elemente ist offensichtlich für einen Rechenzeitvergleich von untergeordneter Bedeutung.

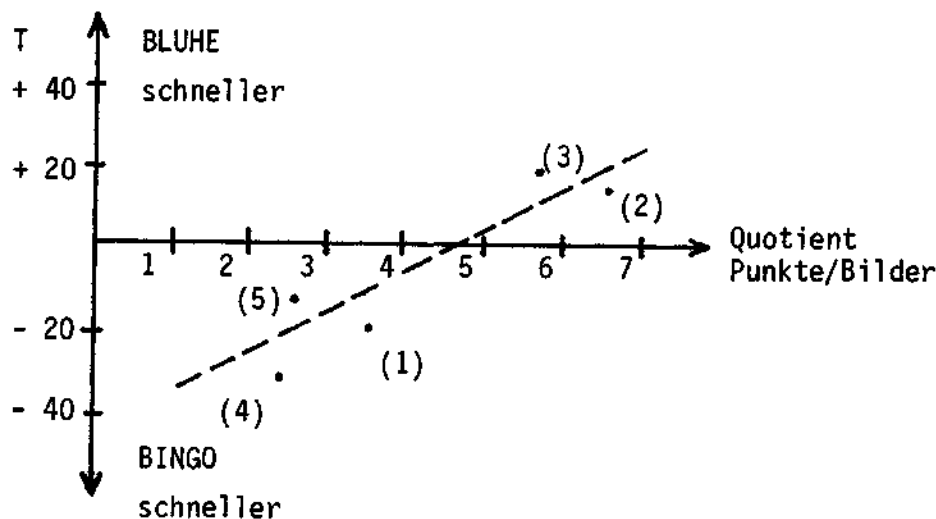


Abb. 6.13: Rechenzeitvergleich zwischen BINGO und BLÜHE
in Abhängigkeit von der relativen Punktzahl

Eine starke Abhängigkeit besteht jedoch zwischen der Vergleichsgröße T und dem Quotienten aus der Anzahl der Punkte und der Anzahl der Bilder (Abb. 6.13). Ist dieser Quotient groß, so kann sich dieses in dreifacher Weise auf die Rechenzeiten auswirken:

- Durch die unvollständige Lösung der Normalgleichung in BLÜHE wird die Speicherung der Matrizen $W^{\wedge}$ und N_{12} eingespart (Abb. 2.3). Je mehr Punkte in einem Block enthalten sind, umso größer ist der daraus resultierende Rechenzeitvorteil.
- Bei der neu entwickelten Methode nehmen die Datentransfers zwischen Kernspeicher und Externspeicher bei der Faktorisierung mit der Profilgröße und damit auch mit der Anzahl der Punkte im Block zu (Kap. 5.5.1). Bei der rekursiven Partitionierung dagegen sind sie für die Lösung der auf die Bildunbekannten reduzierten Normalgleichung von der Anzahl der Punkte im Block völlig unabhängig.
- Der Rechenaufwand für die Aufstellung der auf die Bildunbekannten reduzierten Normalgleichung ist für die rekursive Partitionierung in (2.22) angegeben. Daraus resultiert für jede zusätzliche Punkunbekannte eine Zunahme des Rechenaufwandes um $(6 \cdot v)^2/2$ Multiplikationen. Bei der neu entwickelten Methode dagegen ist für jede zusätzliche o Punkunbekannte mit etwa $b^2/2$ Multiplikationen zu rechnen (Kap. 4.3.4). Ist nun b^2 im Verhältnis zu $(6 \cdot v)$ sehr groß, so wirkt sich eine große Punkanzahl ungünstig auf die Rechenzeit aus. Diese beiden Voraussetzungen werden jedoch nur in wenigen Fällen gleichzeitig zutreffen, da bei großer Überdeckung - welche eine große mittlere Bandbreite erzeugt - im Prinzip weniger Objektpunkte zur Verknüpfung erforderlich sind.

Da diese erhöhte Rechenzeit nur bei großen Bandbreiten auftreten kann, ist sie für die neu entwickelte Methode nicht als Nachteil zu nennen, da das Verfahren der rekursiven Partitionierung vom Prinzip her nur bis zu einer von der jeweiligen Kernspeichergöße abhängigen Bandbreite rechenzeitgünstig arbeitet (Vergleiche Kap. 2.3.2, 4.2.1 und 6.1.3). Bei größeren Bandbreiten, bei denen auch bei der rekursiven Partitionierung die Reduktion nur mit externer Speicherung der Datenblöcke erfolgen kann, ist die neu entwickelte Methode deutlich überlegen.

Im Prinzip kann daher die Erfahrung von A. George /1977/ bestätigt werden, wonach bei Anwendung der Profil-Speichertechnik kürzere Rechenzeiten zu erwarten sind, als bei der Anwendung der rekursiven Partitionierung.

Nach Ansicht des Verfassers ist grundsätzlich eine vollständige Lösung der Normalgleichung vorzuziehen, um auch Verbesserungen an den Passpunkten zulassen zu können. Damit verbessert sich in einigen Fällen die Genauigkeit der Bündelausgleichung erheblich (Tab. 6.2). Bei Anwendung der neu entwickelten Methode ist die vollständige Lösung im Mittel nicht mit längeren Rechenzeiten verbunden, als eine unvollständige Lösung mit der Methode der rekursiven Partitionierung, wodurch die Leistungsfähigkeit der neuen Methode unterstrichen wird.

6.2 Anwendungsbeispiele mit zusätzlichen Beobachtungen

Wie in Kapitel 4 gezeigt ist, werden die Vorteile der neu entwickelten Methode erst dann voll wirksam, wenn Bildmessungen gemeinsam mit geodätischen Beobachtungen auszugleichen sind. Ein direkter Rechenzeitvergleich mit Programmen, die nach herkömmlichen Methoden arbeiten, kann jedoch nicht erfolgen, da dem Verfasser kein entsprechendes Programm zur Verfügung steht. Im Folgenden sind daher Anwendungsbeispiele gezeigt, die die Flexibilität der neuen Methode und des Programms BINGO demonstrieren. Die beiden Blöcke 'Hamburger Hauptbahnhof' und 'Kühlturm Mülheim-Kärlich' sind bereits in Kapitel 6.1 enthalten. Hier wird nun die Ausgleichung dieser Blöcke mit zusätzlichen Beobachtungen gezeigt.

6.2.1 Block 'Hamburg Hauptbahnhof'

Wie bereits in Kapitel 6.1.1 ausgeführt worden ist, liegen alle geplanten Aufnahmen dieses Blockes doppelt vor. Als Standpunkte dienten feste Stative, so dass je zwei Aufnahmen nach Gleichung (3.22) mit dem zugehörigen Standpunkt verknüpft werden können. Auf zwei Standpunkten waren je zwei Aufnahmen geplant (Abb. 6.1), so dass hier je vier Photos über den Standpunkt miteinander verbunden sind. Weiter ist für alle 24 Aufnahmen die Libelle für κ und für 16 Aufnahmen die Libelle für ω eingespielt worden. 8 Aufnahmen wurden mit versetztem Hauptpunkt ausgeführt. Daher sind zwei verschiedene Kammern zu berücksichtigen. Insgesamt erhält man an zusätzlichen Gleichungen:

16 + 24	Winkelbeobachtungen ω und κ nach (3.30)
24 x 3	Standpunktzentrierungen nach (3.26)
2 x 6	Kalibrierungsgleichungen nach (3.38), (3.39)

Daraus ergeben sich an zusätzlichen Unbekannten:

2 x 6	Vektoren $\mathbf{e}'$ und $\mathbf{\delta}$
10 x 3	Koordinaten der Standpunkte

Somit sind insgesamt 82 Freiheitsgrade gewonnen.

Nach Berücksichtigung unterschiedlicher Gewichte für signalisierte und natürliche Objektpunkte ergab die Ausgleichung ein σ_0 von 4,3 μm für signalisierte Punkte.

Die Daten der Gleichungslösung für die neu entwickelte Methode sind in Tabelle 6.1 zusammengestellt. Die Abbildungen 6.14 und 6.15 zeigen die entstandenen Matrizenstrukturen.

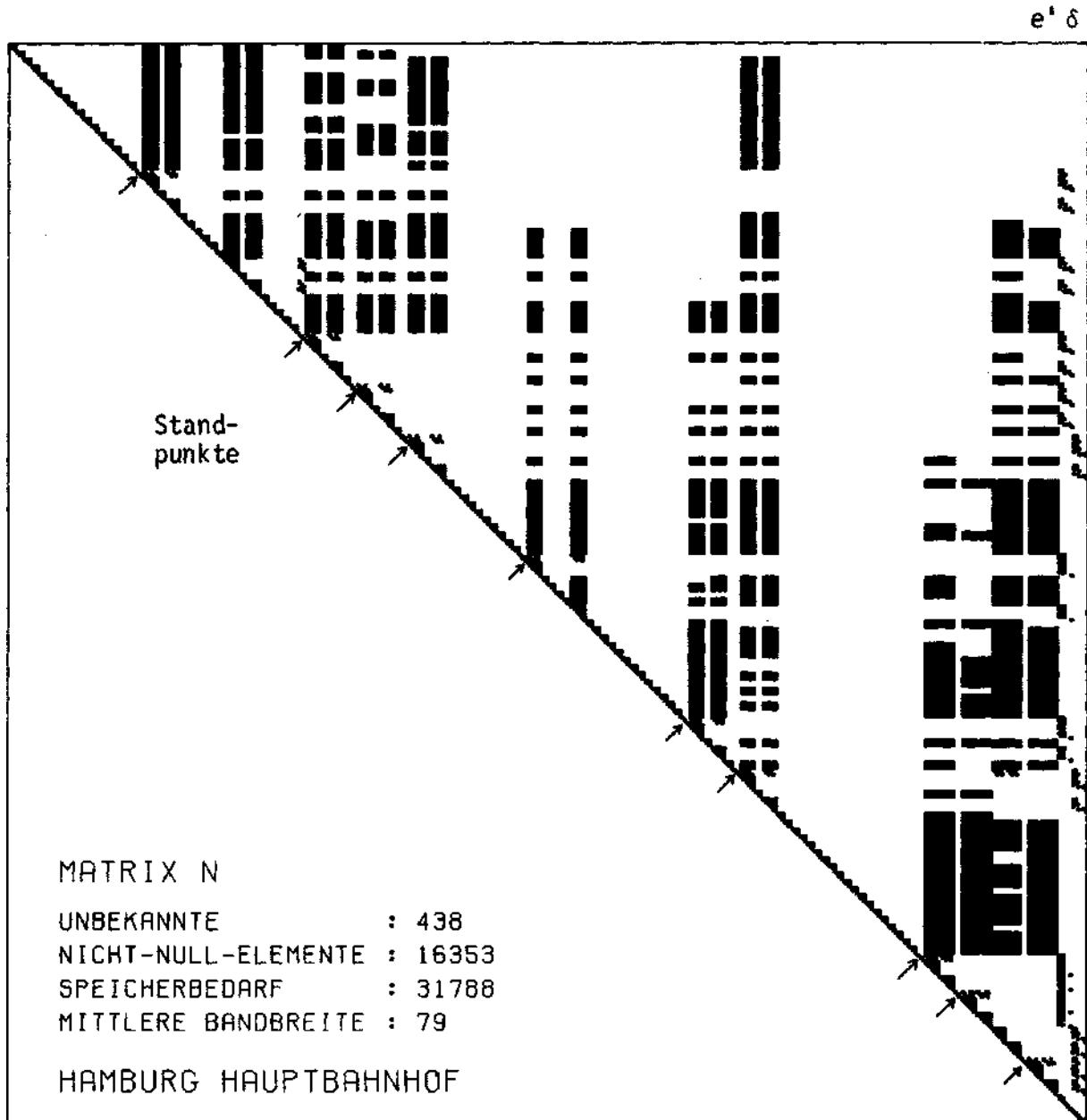


Abb. 6.14: Struktur der Normalgleichungsmatrix für den Block 'Hamburg Hauptbahnhof' bei Einführung zusätzlicher Beobachtungsgleichungen

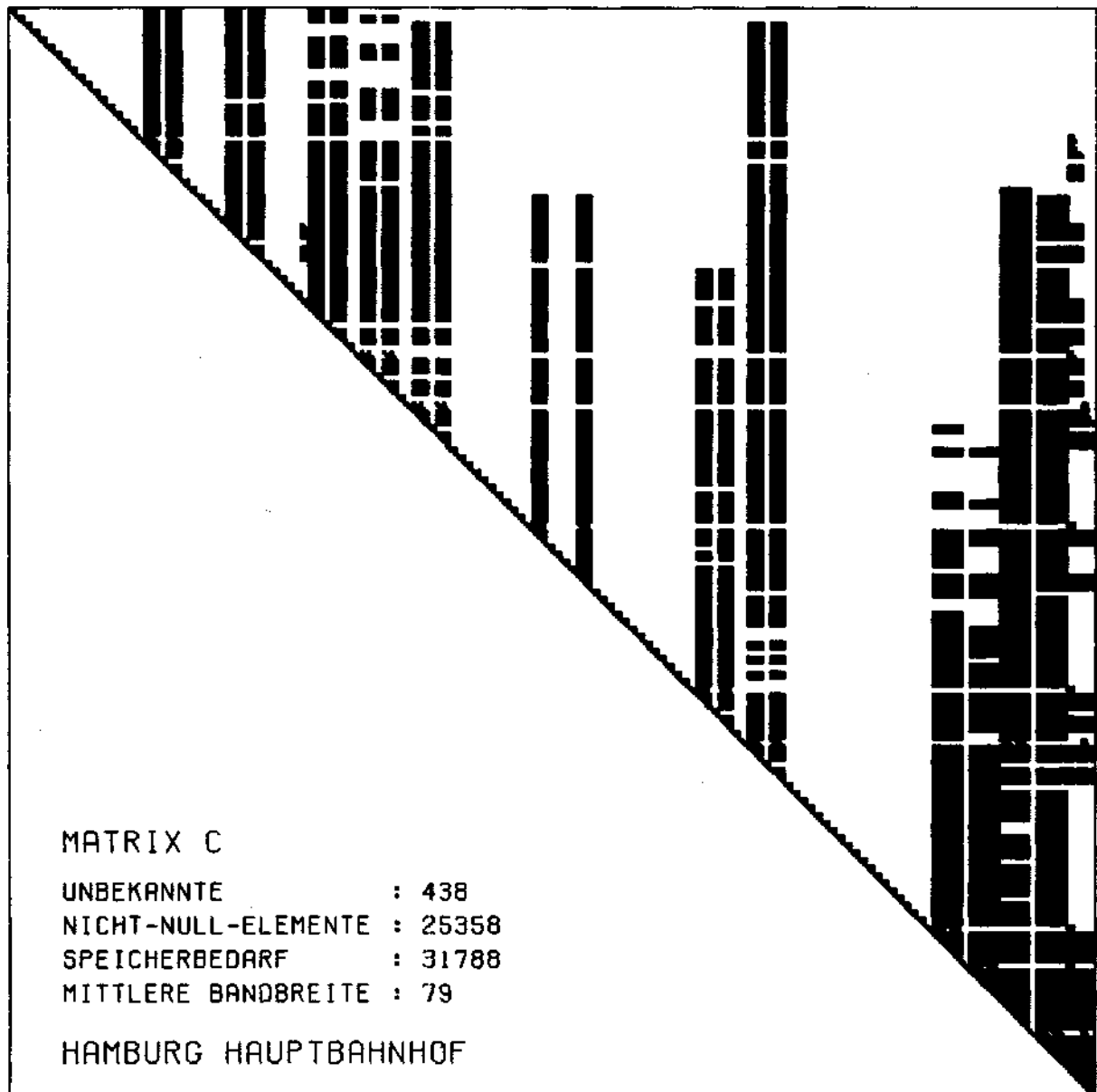


Abb. 6.15: Struktur der Cholesky-Matrix für den Block 'Hamburg Hauptbahnhof' bei Einführung zusätzlicher Beobachtungsgleichungen

6.2.2 Block 'Kühlturm Mülheim-Kärlich'

Zur Bestimmung der Passpunkte für die Ausgleichung des Bündelblockes des Kühlturms wurde ein geodätisches Netz angelegt. Dieses Netz besteht aus einem übergeordneten Teil mit 12 Punkten und aus einem kühlturnnahen Ringpolygon mit 18 Punkten (Abb. 6.16).

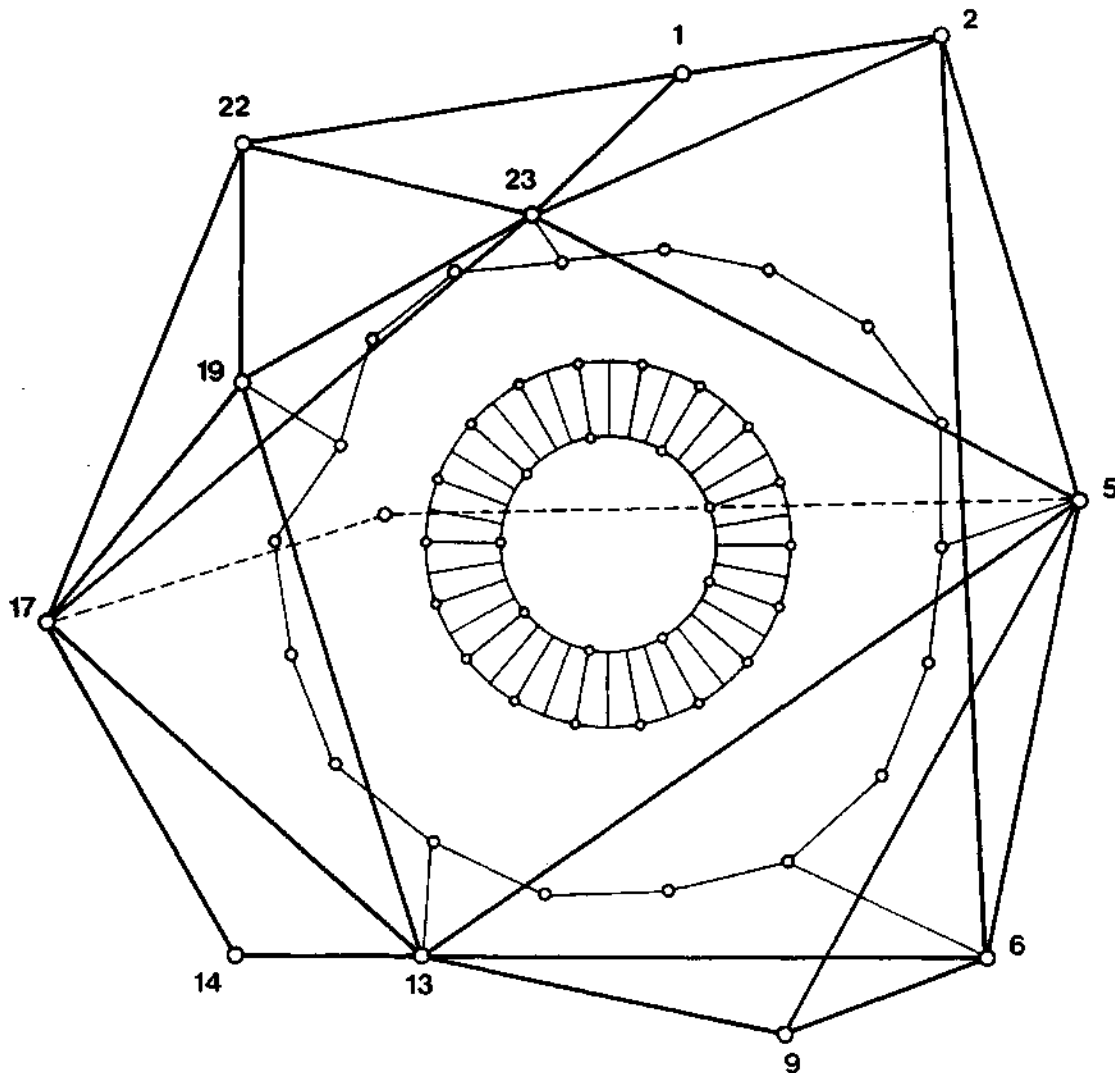


Abb. 6.16: Geodätisches Netz 'Kühlturm Mülheim-Kärlich'

Die Bestimmung der Passpunkte am oberen Turmrand erfolgte durch Winkelmessung auf den Punkten des übergeordneten Netzteils während die Punkte am unteren Turmrand vom Ringpolygon aus angemessen wurden. Für die Ausgleichung des Netzes stehen insgesamt

- 52 Strecken,
- 41 Richtungssätze mit 220 Richtungen,
- 88 Zenitdistanzen und
- 31 nivellierte Höhenunterschiede

zur Verfügung. Die Datumsfestlegung erfolgt durch Festhalten der Punkte 5 und 17. Die erforderliche Rechenzeit für zwei Iterationen einschließlich Inversion betrug mit BINGO 3,5 sec. Die Struktur der entstandenen Normalgleichungsmatrix ist in Abb. 6.17 dargestellt.

Die gemeinsame Ausgleichung der photogrammetrischen und geodätischen Messungen ergab gegenüber der in Kapitel 6.1.2 dargestellten Berechnung eine insgesamt homogenere Genauigkeit:

Während bei der ersten Berechnung ein kleiner Genauigkeitsabfall zum oberen Turmrand hin zu verzeichnen war, sind die mittleren Koordinatenfehler m_x , m_y und m_z nach der gemeinsamen Ausgleichung im gesamten Turmbereich einander angeglichen und betragen im Mittel $\pm 2,5$ mm.

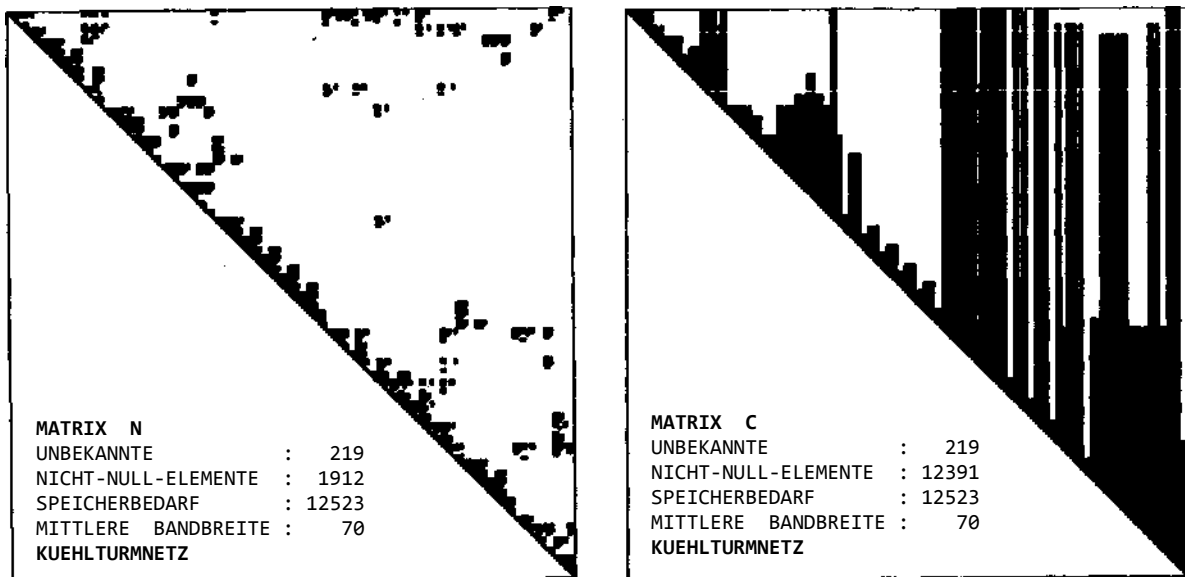


Abb. 6.17: Matrizenstrukturen der Ausgleichung des geodätischen Netzes

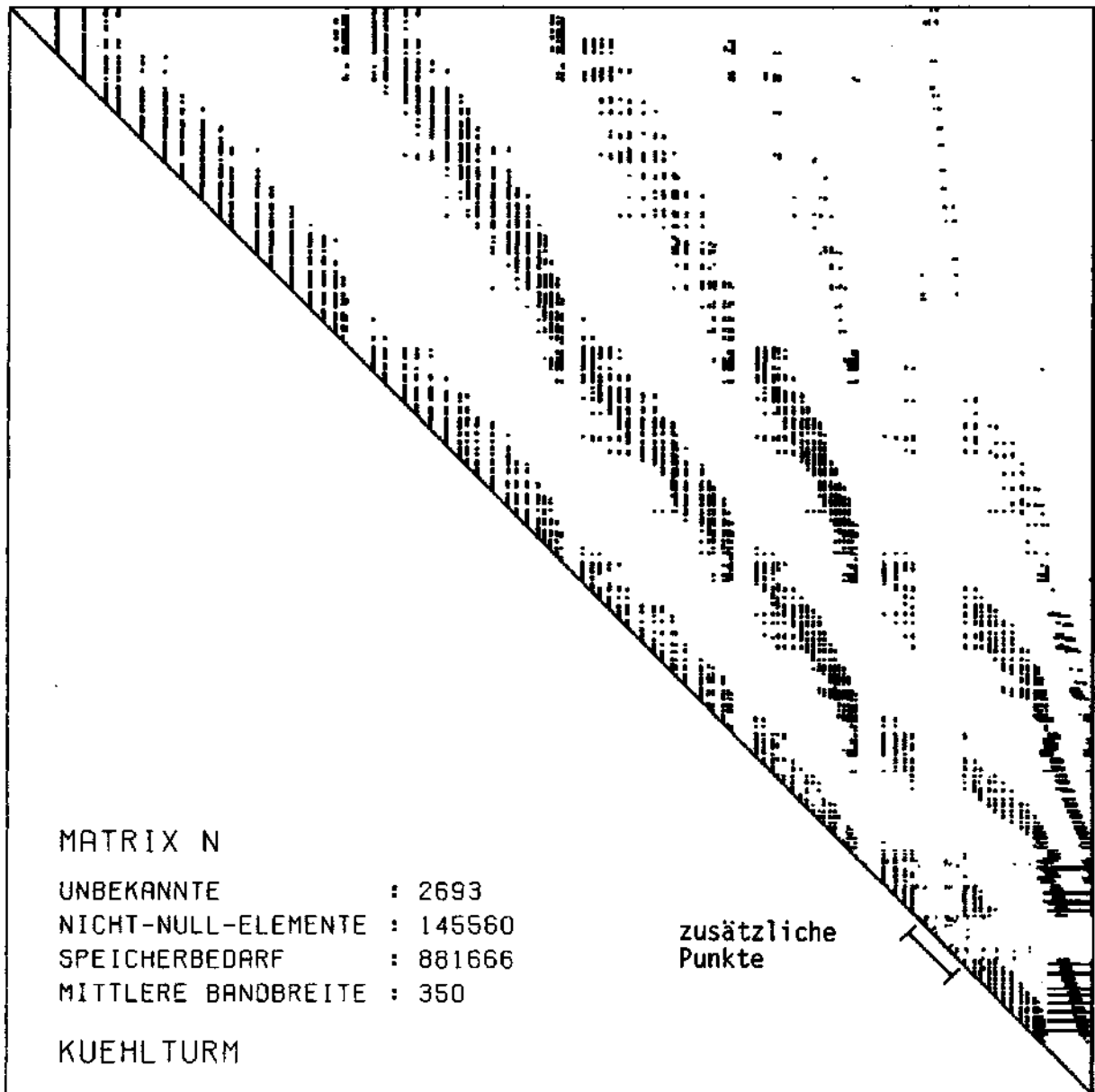


Abb. 6.18: Struktur der Normalgleichungsmatrix mit geodätischen Beobachtungen für den Kühlturm Mülheim-Kärlich

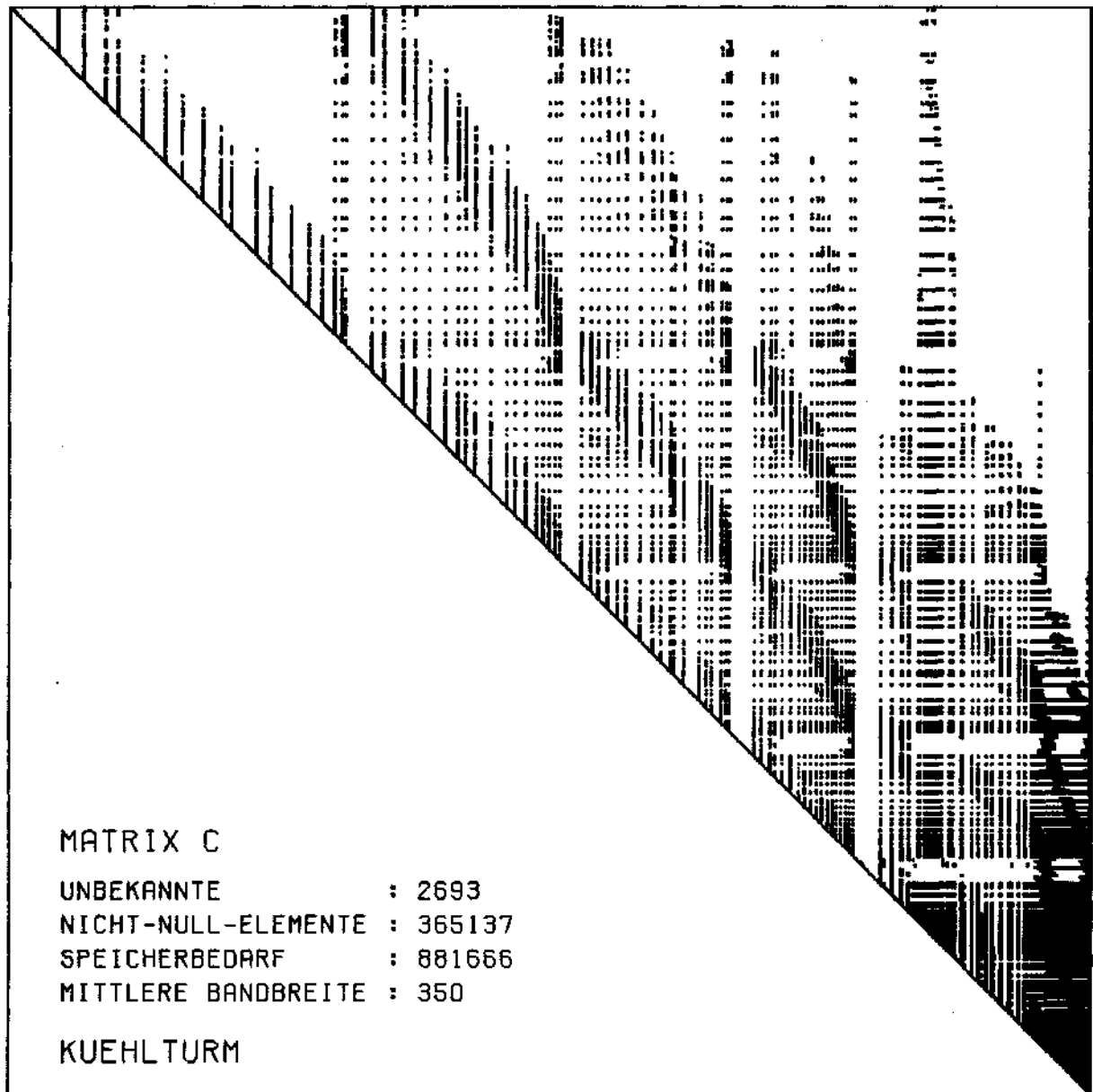


Abb. 6.19: Struktur der Cholesky-Matrix mit geodätischen Beobachtungen
für den Kühlturm Mülheim-Kärlich

Die Rechenzeit erhöhte sich gegenüber der Ausgleichung mit Passpunkten um 46 %. In Tabelle 6.1 sind die Daten für die Ausgleichung nach der neu entwickelten Methode zusammengestellt. Besonders hervorzuheben ist, dass der Fill-In-Faktor gegenüber der Ausgleichung ohne geodätische Beobachtungen nur geringfügig angestiegen ist.

6.3 Tests mit Vektorrechner

In Kapitel 4.4.3 ist theoretisch ausgeführt, dass die neu entwickelte Methode für die Verarbeitung auf Vektorrechnern sehr viel besser geeignet ist, als die rekursive Partitionierung. Das zeigen auch die praktisch erzielten Ergebnisse, auf die in diesem Kapitel eingegangen wird.

Im Rahmen eines Benchmark-Tests wurde das Programm BINGO vom RRZN auf den Hochleistungsrechnern CRAY-1 und CYBER 205 mit und ohne Vektorverarbeitung getestet. Die automatische Vektorisierung durch den FORTRAN-Compiler ergab auf dem CRAY-1 keine wesentliche Laufzeitverbesserung und führte auf der CYBER 205 zum Programmabbruch.

Eine manuelle Vektorisierung (Aufruf entsprechender Unterprogramme) mit einem Arbeitsaufwand von drei Stunden führte auf dem CRAY-1 zu wesentlich kürzeren Rechenzeiten. Auf der CYBER 205 war die Rechenzeitverbesserung dagegen unerheblich (Tab. 6.3). Dieses hat zwei Gründe:

CYBER 76 [sec]	CYBER 205 Verarbeitung			CRAY-1 Verarbeitung		
	skalar	auto- vektoriert	hand- vektoriert	skalar	auto- vektoriert	hand- vektoriert
45	65,6	-	62	57	50	13

Tabelle 6.3: Rechenzeiten von BINGO beim Benchmark-Test des RRZN

Der Arrayprozessor der CYBER 205 hat eine relativ lange Startzeit und erreicht erst bei großen Vektorlängen seine volle Leistungsfähigkeit /RRZN-Bericht Nr. 26 1982/. Außerdem kann er nur dann eingesetzt werden, wenn die Elemente der Vektoren in aufeinanderfolgenden Speicherplätzen abgelegt sind. Bei der getesteten Programmversion war dies zwar für die Faktorisierung, nicht aber für die Inversion gegeben, so dass dort keine Vektorisierung möglich war. Bei der neuesten Programmversion werden auch bei der Inversion Elemente aus aufeinanderfolgenden Speicherplätzen verarbeitet.

Ein weiterer Test wurde vom Verfasser mit einer Version von CHESI, die nur den Kernspeicher benutzt, auf dem HP 1000-Rechner des Instituts für Photogrammetrie und Ingenieurvermessungen der Universität Hannover ausgeführt. Als Testbeispiel diente der Bündelblock 'Hamburger Hauptbahnhof' Für die Faktorisierung wurde bei skalarer Verarbeitung eine Rechenzeit von 144,78 sec benötigt. Bei vektorieller Verarbeitung verkürzte sich die Rechenzeit um den Faktor 6,4 auf 22,56 sec. Für die im Testbeispiel vorliegende mittlere Bandbreite $b = 72$ ist nach Abb. 4.26 eine Verkürzung der Rechenzeit um den Faktor 7,5 möglich. Der erreichte Faktor 6,4 ist unter Berücksichtigung der mit der Faktorisierung verbundenen Indexberechnungen als sehr gutes Ergebnis zu bewerten.

Damit ist auch empirisch gezeigt, dass durch die neu entwickelte Methode der Bündelausgleichung die Rechenzeit beim Einsatz von Vektorrechnern erheblich verkürzt werden kann. Da die technologische Zukunft auf dem Gebiet der Computerentwicklung den Vektorrechnern gehört, wird aufgrund der kurzen Rechenzeiten mit der neu entwickelten Methode auch die Ausgleichung extrem umfangreicher Blöcke möglich sein.

7. Zusammenfassung

Der Einsatz photogrammetrischer Methoden zur Punktbestimmung führt zu erheblichen Kosteneinsparungen, wenn eine große Anzahl von Punkten auf relativ kleinem Raum zu bestimmen ist. Die besten Genauigkeiten erhält man, wenn alle zu bestimmenden Punkte gemeinsam nach der Bündelmethode ausgeglichen werden. Die dabei entstehenden Gleichungssysteme erreichen schnell Dimensionen, die besondere Verfahren zur Gleichungslösung erfordern. Andernfalls sind diese Gleichungssysteme auch auf modernen Großrechenanlagen nicht lösbar. Eine Unbekanntenanzahl von etwa 500 kann in diesem Zusammenhang als sehr klein bewertet werden. Sehr große Bündelblöcke können etwa 10 000 bis 20 000 Unbekannte haben. Der Wunsch, Bündelausgleichungen für größere Blöcke auch auf kleineren Rechnern durchführen zu können, wie sie zur Steuerung analytischer Auswertegeräte benutzt werden, betont die Bedeutung der Optimierung dieser Ausgleichungsaufgabe.

Gerade durch die Entwicklung und Verbreitung der analytischen Methoden und Geräte hat die Photogrammetrie in den letzten Jahren auch im Bereich der Ingenieurvermessungen zunehmend an Bedeutung gewonnen. In diesem Anwendungsbereich ist sehr oft die gemeinsame Ausgleichung geodätischer und photogrammetrischer Beobachtungen erwünscht. Außerdem ist zur Abschätzung der erreichten Genauigkeit sowie zur Planung und Optimierung von Netzen und zur Untersuchung der inneren Zuverlässigkeiten in vielen Fällen die Berechnung der Kofaktorenmatrix der Unbekannten dringend erforderlich.

Bei terrestrischen Anwendungen der Photogrammetrie ergeben sich in vielen Fällen aus der Aufnahmeanordnung zusätzliche Informationen wie Standpunktbedingungen oder Stereoaufnahmebedingungen, die mit großem Gewinn in die Bündelausgleichung eingeführt werden können. Die hierfür erforderlichen Gleichungen bilden gemeinsam mit den Ansätzen für die geodätischen Beobachtungen und den Beziehungen der perspektivischen Abbildung das erweiterte funktionale Modell der Bündelausgleichung.

Während für herkömmliche Bündelausgleichungen die Lösung der Normalgleichung mit Hilfe der rekursiven Partitionierung mit sehr geringem Aufwand möglich ist, stand für das erweiterte funktionale Modell bisher keine befriedigende Lösungsmethode zur Verfügung. Im Rahmen dieser Arbeit wird eine neu entwickelte Methode zur Lösung dieser Aufgabe bereitgestellt. Sie ist gekennzeichnet durch:

- eine neue Numerierung der Unbekannten, bei der die starre Trennung zwischen Punkt- und Bildunbekannten aufgegeben wurde,
- die Anwendung der Profil- Speichertechnik und
- eine direkte Gleichungslösung nach Cholesky.

Die Festlegung der Reihenfolge der Unbekannten wird stufenweise vorgenommen, wobei einer Stufe jeweils ein Bild und die in diesem Bild neu zum Block hinzukommenden Punkte angehören. Der neue Algorithmus besteht nur aus zwei einfachen Sortiervorgängen, ist leicht zu programmieren und bedarf in der Verarbeitung geringer Rechenzeiten. Die Numerierung der Bilder erfolgt - wie gewohnt - quer zur größten Blockausdehnung.

Die neu entwickelte Methode ist der rekursiven Partitionierung für herkömmliche Blockausgleichungen hinsichtlich der Flexibilität deutlich überlegen, da keine Bandbreitenbegrenzungen bestehen. Auch bezüglich der Rechenzeit können sich geringe Verbesserungen ergeben. Im erweiterten funktionalen Modell werden die Vorteile der neu

entwickelten Methode voll wirksam:

Durch die neue Reihenfolge der Unbekannten entstehen bei der Faktorisierung weniger neue Elemente in der Matrix, so dass die Rechenzeiten günstiger sind, als bei der herkömmlichen Numerierung.

Die Flexibilität der Profil-Speichertechnik gewährleistet eine gute Anpassung an alle auftretenden Matrizenstrukturen. Die wichtigen Teile der inversen Normalgleichungsmatrix können sehr rechenzeitgünstig bestimmt werden.

Die Leistungsfähigkeit der neuen Methode wird theoretisch dargelegt und sowohl an simulierten als auch an praktischen Beispielen nachgewiesen. Die Palette der Anwendungsbeispiele umfasst dabei große Bündelblöcke mit 6800 Unbekannten ebenso wie kleine und große Netze aus dem Bereich der Ingenieuranwendungen und der Architekturphotogrammetrie.

Besondere Beachtung finden die in zunehmender Anzahl eingesetzten Vektorrechner. Diese Rechnertypen sind für die neue Methode besonders geeignet und verkürzen die Verarbeitungszeiten erheblich.

Mit dieser Arbeit wird eine neue Methode vorgestellt, die aufgrund der Flexibilität und der günstigen Rechenzeiten geeignet ist, die rekursive Partitionierung und die Blockausgleichung mit teil reduzierten Normalgleichungssystemen in der Photogrammetrie abzulösen. Es können beliebige geodätische Beobachtungen in die Ausgleichung einbezogen werden, ohne den Lösungsalgorithmus zu verändern oder seine Effektivität zu verringern. Damit können Ausgleichungen in der Ingenieurphotogrammetrie ebenso günstig gelöst werden wie z.B. große Flächennetze in Flurbereinigungsverfahren, in denen Spannmaße zwischen den Grenzpunkten in der Ausgleichung zu berücksichtigen sind.

Literatur

- ABDEL AZIZ, Y.I. u. KARARA, H.M.: Direct Linear Transformation from Comparator Coordinates into Object Space Coordinates in Close Range Photogrammetry. Symposium on Close Range Photogrammetry, Urbana, Illinois 1971.
- ACKERMANN, F., EBNER, H. u. KLEIN, H.: Ein Programm-Paket für die Aerotriangulation mit unabhängigen Modellen. BuL 1970, S. 218 - 224,
- ALBERTZ, J.: Blocktriangulation mit Einzelbildern. DGK Reihe C, Nr. 92, München 1966.
- ATKINSON, K.B.: A Review of Close-Range Engineering Photogrammetry. Phot. Eng. S. 57 - 69, 1976.
- BAARDA, W.: A Testing Procedure for Use in Geodetic Networks. Neth. Geod. Comm., Nr. 5, 1968.
- BEHMANN, M.: Bündelblockausgleichung mit den Bedingungen einer Stereomeßkamera zur Aufmessung von Fassaden. Unveröffentlichte Diplomarbeit. Hannover 1981.
- BJÖRCK, A. u. DAHLQUIST, G.: Numerische Methoden. Oldenbourg Verlag, München-Wien 1972.
- BROWN, D.C.: A Solution to the General Problem of Multiple Station Analytical Stereotriangulation. Patric Air Force Base, Florida 1958. (RCA-MTP Data Reduction Technical Report No. 43).
- BROWN, D.C.: A Unified Lunar Control Network. Phot. Eng. 12/1968, S. 1272 - 1292.
- BROWN, D.C.: Bundle Adjustment with Strip- and Block-Invariant Parameters. DGK Reihe B, Nr. 214, München 1975.
- BROWN, D.C.: STARS (Simultaneous Triangulation and Resection System), a Turnkey System for Close Range Photogrammetry. Presented Paper, ISP Commission V, York 1982.
- BROWN, D.C., DAVIS, R.G. u. JOHNSON, F.C.: Research in Mathematical Targeting - The Practical and Rigorous Adjustment to Large Photogrammetric Nets. Griffiss Air Force Base, New York 1964 (RADC - TDR - 64 - 353).
- BUNCH, J.R. u. ROSE, D.J.: Sparse Matrix Computations. (Herausgeber) Academic Press Inc. New York-SanFrancisco-London 1976.
- CORTEN, F.: Das Leistungsvermögen von Bildflughnavigations- und Sensororientierungssystemen. BuL 3/1983, S. 82 - 102.
- CUTHILL, E.: Several Strategies for Reducing the Bandwidth of Matrices. Beitrag in: 'Sparse Matrices and Their Applications', herausgegeben von D. Rose und R. Willoughby. Plenum. Press, New York-London 1972.
- DILLINGER, W.: Subroutine Package for Processing Large, Sparse, Least-Squares Problems. NOAA Technical Memorandum NOS NGS 29. Rockville, Md. 1981.
- EHLERT, D.: Speicherplatz sparende EDV-Programme zur Auflösung von Gleichungssystemen mit symmetrischer Koeffizientenmatrix. DGK Reihe B, Nr. 222, München 1977.
- FÖRSTNER, W.: Das Rechenprogramm TRINA für geodätische Lagenetze in der Landesvermessung. Nachrichten aus dem öffentlichen Vermessungsdienst, Nordrhein-Westfalen, Heft 2, 1979.
- FÖRSTNER, W.: Zur Prüfung zusätzlicher Parameter in Ausgleichungen. ZfV 11/1980 S. 510 - 519.
- FUCHS, H. u. LEBERL, F.: CRISP: A Software Package for Close Range Photogrammetry for the Kern DSR-1 Analytical Stereoplotter. Presented Paper, ISP Commission V, York 1982.

- FUNCKE, G. u. WEISE, W.: A Contribution to the Treatment of Defects in Large Geodetic Networks. Beitrag in DGK Reihe B, Nr. 258/VIII, München 1982.
- GEORGE, A.: Solution of Linear Systems of Equations: Direct Methods for Finite Element Problems. Beitrag in: Sparse Matrix Techniques. Herausgeber: A. Dold und B. Eckmann. Springer-Verlag 1977.
- GLASER, G. u. SALIBA, M.: Application of Sparse Matrices to Analytical Photogrammetry. Beitrag in Sparse Matrices and Their Applications herausgegeben von D. Rose und R. Willughby. Plenum Press, New York-London 1972.
- GROSSMANN, W.: Grundzüge der Ausgleichsrechnung. Springer-Verlag, Berlin 1969.
- GRUMPELT, H.: Ein analytisches Verfahren der Bündel Verknüpfung in der Nahbildmessung, angewandt auf Deformationsvermessungen an einer Tunnelröhre im Bergbauggebiet. DGK Reihe C, Nr. 189. München 1973.
- GRÜN, A.: Die simultane Kompensation systematischer Fehler mit dem Münchner Bündelprogramm MBOP. Presented Paper. ISP Commission III. Helsinki 1976.
- HAAG, K.: Die photogrammetrische Bündelausgleichung und die Auflösung großer Normalgleichungssysteme. DGK Reihe C Nr. 232. München 1977
- HARARY, F.: Graphentheorie. Oldenbourg Verlag. München 1974.
- HELL, G.: Terrestrische Bildtriangulation mit Berücksichtigung zusätzlicher Beobachtungen. DGK Reihe C, Nr. 252, München 1979.
- JACOBSEN, K.: Vorschläge zur Konzeption und zur Bearbeitung von Bündelblockausgleichungen. WA TUH Nr. 102, Hannover 1980.
- JACOBSEN, K.: Programmgesteuerte Auswahl zusätzlicher Parameter. BuL 6, 1982. S. 213 - 217.
- JENNINGS, A.: A Compact Storage Scheme for the Solution of Simultaneous Equations. Computer Journal 9, S. 281 - 285, 1966.
- JORDAN, EGGERT, KNEISSL: Handbuch der Vermessungskunde. Photogrammetrie Band III a/l. Stuttgart 1972.
- KLEIN, H.: Das Rechenprogramm HYCHOL für die Lösung großer symmetrischer positiv definiter linearer Gleichungssysteme. Conference international sur les methodes de l'informatique en geodesie. Sofia 1971.
- KRARUP, T.: Götterdämmerung Over Least Squares Adjustment. Presented Paper ISP Commission III. Hamburg 1980.
- KRAUS, K. u. BETTIN, R.: Gemeinsame Ausgleichung photogrammetrischer, geodätischer und fiktiver Beobachtungen. Presented Paper, ISP Commission, Helsinki 1976.
- KRUCK, E. u. WROBEL, B.: Photogrammetrische Formkontrolle von Kühltürmen. Presented Paper FIG - Commission 6. Budapest 1982.
- KRUCK, E.: Optimierte Numerierung der Unbekannten in photogrammetrischen Blöcken. BuL 6/1982, S. 218.
- LARSSON, R.: GENTRI - A System for Simultaneous Adjustment of Photogrammetric and Other Observations. Presented Paper. ISP Commission V, York 1982.
- LUCAS, J.R.: Results of Photogrammetric Control Densification in Ada County, Idaho. NOAA Technical Report NOS 91 NGS 21, Rockville, Md., 1981.
- MARK, A. u. PODER, K.: Ordering and Dissection of Geodetic Least Squares Equations. Beitrag in DGK Reihe B, Nr. 258/VIII. München 1982.
- MEIXNER, H.: Programmentwicklung und Genauigkeitsuntersuchungen zur Bündelmethode der Aerotriangulation. DGK Reihe C Nr. 206. München 1975.
- LE MENESTREL, J.: Compensation du Réseau Geodetique francais de premier ordre. Bulletin

- Geodesique No. 94, 1969.
- MEYERS Enzyklopädisches Lexikon. Bibliographisches Institut. Mannheim 1971 - 1981.
- MÜLLER, J.: Blockausgleichungen mit Modellen in der großmaßstäbigen Photogrammetrie. WA TUH Nr. 36. Hannover 1968.
- PELZER, H.: Beurteilung der Genauigkeit und der Zuverlässigkeit. Beitrag in: Geodätische Netze in Landes- und Ingenieurvermessung. Herausgeben: H. Pelzer. K. Witwer Verlag, Stuttgart 1980.
- PREUSSER, A.: Ein System von Unterprogrammen zum Aufstellen und Lösen von großen Normalgleichungssystemen unterteilt in Submatrizen. DGK B Nr. 209, München 1975.
- REID, O.K.: Solution of Linear Systems of Equations: Direct Methods (General). Beitrag in: Sparse Matrix Techniques. Herausgeber: A. Dold und B. Eckmann. Springer-Verlag 1977.
- RÜGER, W. u. a.: Photogrammetrie. VEB Verlag für Bauwesen. Berlin 1978.
- SCHILCHER, M.: Empirisch-statistische Untersuchung zur Genauigkeitsstruktur des photogrammetrischen Luftbildes. DGK Reihe C, Nr. 262. München 1980.
- SCHMID H : An Analytical Treatment of the Orientation of a Photogrammetric Camera. Ballistic Research Laboratories, Aberdeen Proving Ground, Md., Report No. 880, 1953.
- SCHMID, H.: An Analytical Treatment of the Problem of Triangulation by Stereophotogrammetry, Photogrammetria 13, S. 67 - 77 und 91 - 116. 1956 - 57.
- SCHMID, H.: Eine allgemeine analytische Lösung für die Aufgabe der Photogrammetrie. BuL 1958 S. 103 - 113 und 1959 S. 1 - 12 und 71.
- SCHMITT, G.: Speichertechnische und numerische Probleme bei der Auflösung großer geodätischer Normalgleichungssysteme. DGK Reihe C Nr. 195, München 1973.
- SCHNUPP, P. u. FLOYD, C.: Software Programmentwicklung und Projektorganisation. De Gruyter Verlag, Berlin, New York 1976.
- SCHUHR, P.: Analytische Auswertung terrestrischer Aufnahmen mit Hilfe von vertikalen und horizontalen Objektmaßstäben. WA TUH Nr. 73. Hannover 1977.
- SCHWARZ, H.R.: Methode der finiten Elemente. Teuber Studienbücher Mathematik, Band 47. Stuttgart 1980.
- SNAY, R.A.: Reducing the Profile of Sparse Symmetrie Matrices. NOAA Technical Memorandum, NOS NGS 4, Rockville, Md. 1976.
- STEIDLER, F.: Darstellung und Vergleiche von Lösungsstrategien für große schwach besetzte Normalgleichungssysteme in der Geodäsie und in der Photogrammetrie. DGK Reihe C Nr. 261, München 1980.
- TEWARSON, R.P.: Sparse Matrices. Academic Press. New York and London 1973.
- WANG, S.: Einfluß der geodätischen Abbildungsverzerrungen auf die photogrammetrische Punktbestimmung. DGK Reihe C, Nr. 263, München 1980.
- WESTER-EBBINGHAUS, W.: Ein photogrammetrisches System für Sonderanwendungen. BuL 3/1983, S. 118 - 128.
- WONG, K. u. ELPHINSTONE, G.: Aerotriangulation by SAPGO. Phot. Eng. 38 S. 779 - 790, 1972.
- WROBEL, B.: Zur Steigerung der Auflösungsgenauigkeit von Normalgleichungen durch Konditionsverbesserung mittels additiver Modifikation. DGK Reihe C Nr. 199, München 1974.
- WROBEL, B. u. ELLENBECK, K.-H.: Terrestrisch-photogrammetrische Punktbestimmung durch Simultanausgleichung gemessener Orientierungsdaten und Bildkoordinaten in der Bündelblockausgleichung. Presented Paper, ISP Commission V, Helsinki 1976.

WROBEL, B. u. GOTTSCHALK, S.: Reducing the Bandwidth of Normal-Equation-Matrices. Presented Paper. Conference on the Processing of Special Large Matrices for Geodesy. Genf 1977.

WROBEL, B. u. KRUCK, E.: Paßpunktbestimmung an Fassaden durch Bündelblockausgleichung mit Bildern von Stereomeßkammern. Presented Paper V. CIPA-Symposium, Sibenik 1978.

ZURMÜHL, R.: Matrizen. Berlin 1964.

Vorträge zur Parallel Verarbeitung. RRZN-Bericht Nr. 19. Regionales Rechenzentrum für Niedersachsen, 1981.

Zwischenbericht der Projektgruppe Parallelrechnersysteme. RRZN-Bericht Nr. 26. Regionales Rechenzentrum für Niedersachsen, 1982.

Abkürzungen

BuL	Bildmessung und Luftbildwesen
DGK	Deutsche Geodätische Kommission
FIG	Federation internationale des Geometres
ISP	International Society for Photogrammetrie and Remote Sensing
Phot. Eng.	Photogrammetrie Engineering
WA TUH	Wissenschaftliche Arbeiten der Universität Hannover
ZfV	Zeitschrift für Vermessungswesen

Anhang

- A Numerische und graphische Darstellung der verwendeten zusätzlichen Parameter
- B Partielle Ableitung der Kollinearitätsgleichung für terrestrische Aufnahmeanordnung
- C Simuliertes Beispiel eines photogrammetrischen Netzes mit zusätzlichen geodätischen Beobachtungen
- D Kartenarten für BINGO

Anhang A Numerische und graphische Darstellung der verwendeten zusätzlichen Parameter



Zusätzliche Parameter

x, y Bildkoordinaten [mm] $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ [mm]

$$1.) \quad x' = x - x \cdot \cos 2\alpha \cdot P 1$$

$$y' = y - y \cdot \cos 2\alpha \cdot P 1$$

$$2.) \quad x' = x - x \cdot \sin 2\alpha \cdot P 2$$

$$y' = y - y \cdot \sin 2\alpha \cdot P 2$$

$$3.) \quad x' = x - x \cdot \cos \alpha \cdot P 3$$

$$y' = y - y \cdot \cos \alpha \cdot P 3$$

$$4.) \quad x' = x - x \cdot \sin \alpha \cdot P 4$$

$$y' = y - y \cdot \sin \alpha \cdot P 4$$

$$5.) \quad x' = x + y \cdot r \cdot \cos \alpha \cdot P 5$$

$$y' = y - x \cdot r \cdot \cos \alpha \cdot P 5$$

$$6.) \quad x' = x + y \cdot r \cdot \sin \alpha \cdot P 6$$

$$y' = y - x \cdot r \cdot \sin \alpha \cdot P 6$$

$$7.) \quad x' = x - x \cdot (r^2 - A) \cdot P 7$$

$$y' = y - y \cdot (r^2 - A) \cdot P 7$$

$$8.) \quad x' = x - x \cdot (r^2 - B \cdot r - c) \cdot P 8$$

$$y' = y - y \cdot (r^2 - B \cdot r - c) \cdot P 8$$

$$9.) \quad x' = x - x \cdot (r^4 - D \cdot r^3 - E \cdot r^2 - F \cdot r - G) \cdot P 9$$

$$y' = y - y \cdot (r^4 - D \cdot r^3 - E \cdot r^2 - F \cdot r - G) \cdot P 9$$

$$10.) \quad x' = x - x \cdot (r^8 - H \cdot r^7 - \dots - N \cdot r - P) \cdot P 10$$

$$y' = y - y \cdot (r^8 - H \cdot r^7 - \dots - N \cdot r - P) \cdot P 10$$

$$11.) \quad x' = x - x \cdot \cos 4\alpha \cdot P 11$$

$$y' = y - y \cdot \cos 4\alpha \cdot P 11$$

$$12.) \quad x' = x - x \cdot \sin 4\alpha \cdot P 12$$

$$y' = y - y \cdot \sin 4\alpha \cdot P 12$$

$$13.) \quad x' = x - x \cdot (r^2 - 12100) \cdot \cos 2\alpha \cdot P 13$$

$$y' = y - y \cdot (r^2 - 12100) \cdot \cos 2\alpha \cdot P 13$$

$$14.) \quad x' = x - x \cdot (r^2 - 12100) \cdot \sin 2\alpha \cdot P 14$$

$$y' = y - y \cdot (r^2 - 12100) \cdot \sin 2\alpha \cdot P 14$$

$$15.) \quad x' = x - x \cdot (r^2 - 12100) \cdot \cos 4\alpha \cdot P 15$$

$$y' = y - y \cdot (r^2 - 12100) \cdot \cos 4\alpha \cdot P 15$$

$$16.) \quad x' = x - x \cdot (r^2 - 12100) \cdot \sin 4\alpha \cdot P 16$$

$$y' = y - y \cdot (r^2 - 12100) \cdot \sin 4\alpha \cdot P 16$$

$$17.) \quad x' = x - x \cdot P 17$$

$$y' = y + y \cdot P 17$$

$$18.) \quad x' = x - y \cdot P 18$$

$$y' = y - x \cdot P 18$$

$$19.) \quad x' = x - x \cdot y \cdot P 19$$

$$y' = y$$

$$20.) \quad x' = x$$

$$y' = y - x \cdot y \cdot P 20$$

$$21.) \quad x' = x - x \cdot y^2 \cdot P 21$$

$$y' = y$$

$$22.) \quad x' = x$$

$$y' = y - x^2 \cdot y \cdot P 22$$

$$23.) \quad x' = x - x \cdot (y^2 - 8100) \cdot y \cdot P 23$$

$$y' = y$$

$$24.) \quad x' = x$$

$$y' = y - y \cdot (x^2 - 8100) \cdot x \cdot P 24$$

Im Rechenprogramm werden die Koeffizienten nicht mittels der Winkelfunktionen berechnet, sondern mittels folgender äquivalenter Formeln:

$$1.) \quad x' = x - x \cdot (2 \cdot x^2/r^2 - 1) \cdot P 1$$

$$y' = y - y \cdot (2 \cdot x^2/r^2 - 1) \cdot P 1$$

$$2.) \quad x' = x - 2 \cdot x^2 \cdot y/r^2 \cdot P 1$$

$$y' = y - 2 \cdot x \cdot y^2/r^2 \cdot P 2$$

$$3.) \quad x' = x - x^2/r \cdot P 3$$

$$y' = y - x \cdot y/r \cdot P 3$$

$$4.) \quad x' = x - x \cdot y/r \cdot P 4$$

$$y' = y - y^2/r \cdot P 4$$

$$5.) \quad x' = x - x \cdot y \cdot P 5$$

$$y' = y + x^2 \cdot P 5$$

$$6.) \quad x' = x - y^2 \cdot P 6$$

$$y' = y + x \cdot y \cdot P 6$$

$$11.) \quad x' = x - x \cdot (8 \cdot x^2/r^2 \cdot (x^2/r^2 - 1) + 1) \cdot P 11$$

$$y' = y - y \cdot (8 \cdot x^2/r^2 \cdot (x^2/r^2 - 1) + 1) \cdot P 11$$

$$12.) \quad x' = x - x \cdot 4 \cdot x \cdot y/r^2 \cdot (2 \cdot x^2/r^2 - 1) \cdot P 12$$

$$y' = y - y \cdot 4 \cdot x \cdot y/r^2 \cdot (2 \cdot x^2/r^2 - 1) \cdot P 12$$

$$13.) \quad x' = x - x \cdot (1 - 12100/r^2) \cdot (x^2 - y^2) \cdot P 13$$

$$y' = y - y \cdot (1 - 12100/r^2) \cdot (x^2 - y^2) \cdot P 13$$

$$14.) \quad x' = x - x^2 \cdot y \cdot (1 - 12100/r^2) \cdot 2 \cdot P 14$$

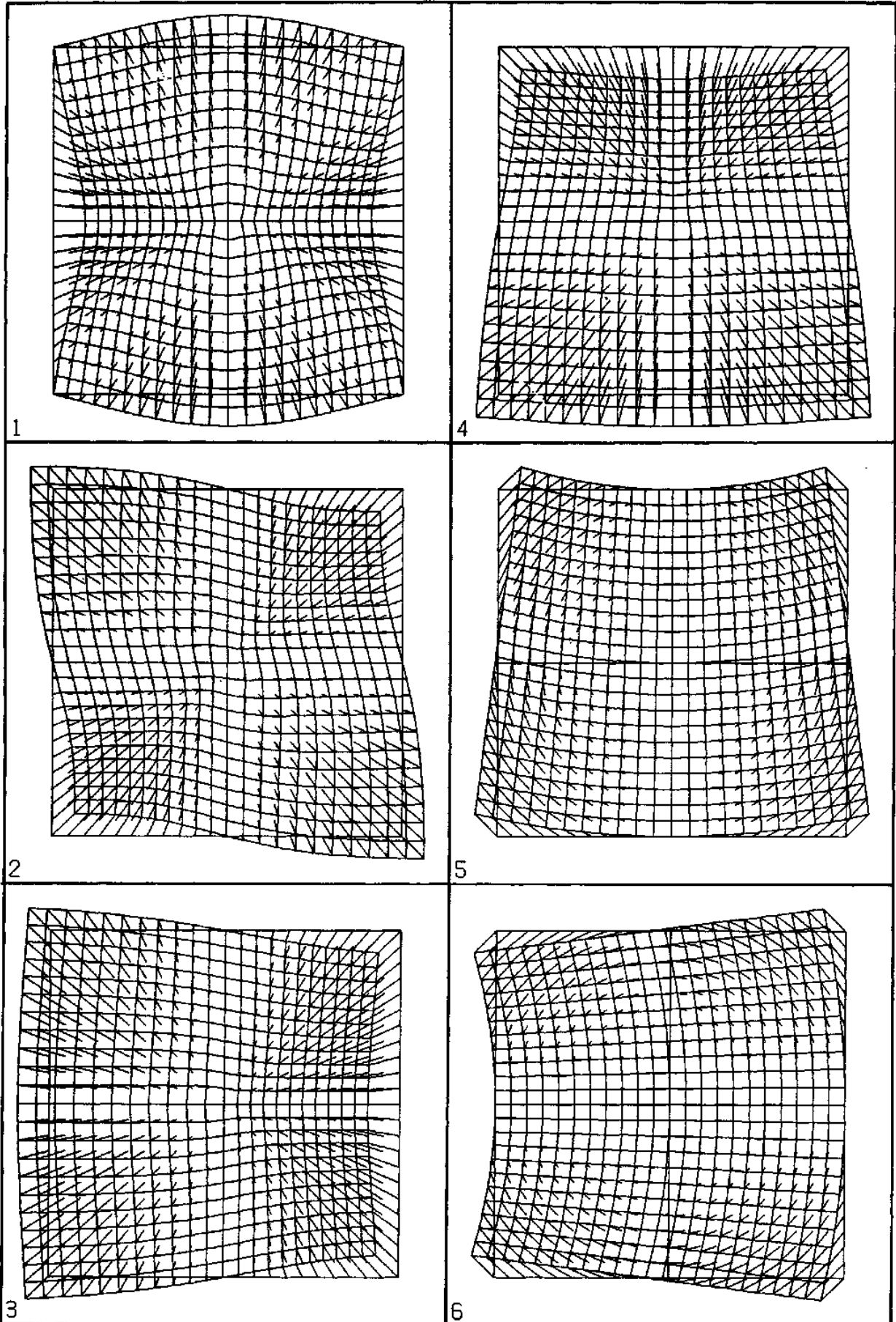
$$y' = y - x \cdot y^2 \cdot (1 - 12100/r^2) \cdot 2 \cdot P 14$$

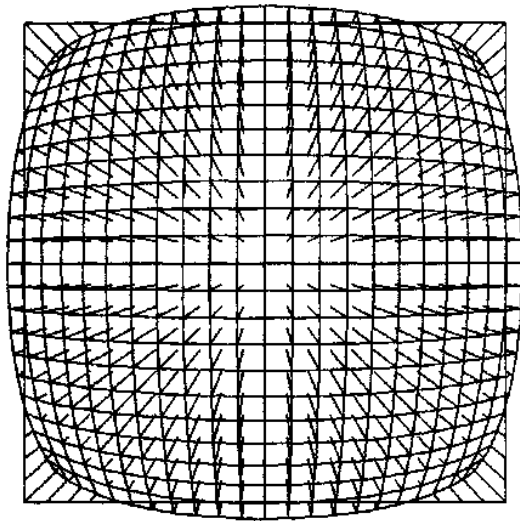
$$15.) \quad x' = x - x \cdot (1 - 12100/r^2) \cdot (x^4/r^2 - x^2 + r^2/8) \cdot 8 \cdot P 15$$

$$y' = y - y \cdot (1 - 12100/r^2) \cdot (x^4/r^2 - x^2 + r^2/8) \cdot 8 \cdot P 15$$

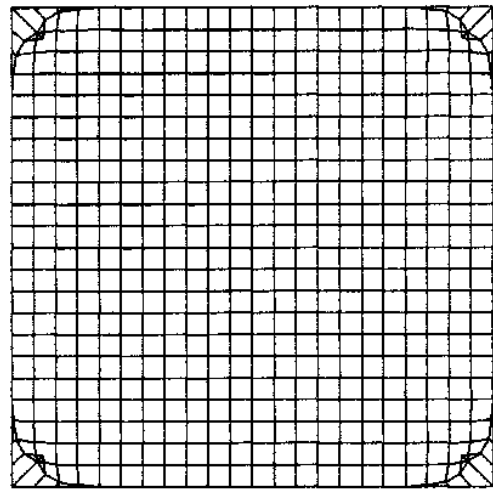
$$16.) \quad x' = x - x \cdot (1 - 12100/r^2) \cdot (2 \cdot x^3 \cdot y/r^2 - x \cdot y) \cdot 4 \cdot P 16$$

$$y' = y - y \cdot (1 - 12100/r^2) \cdot (2 \cdot x^3 \cdot y/r^2 - x \cdot y) \cdot 4 \cdot P 16$$

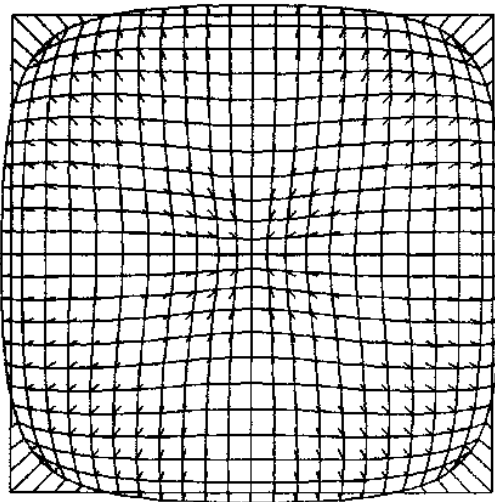




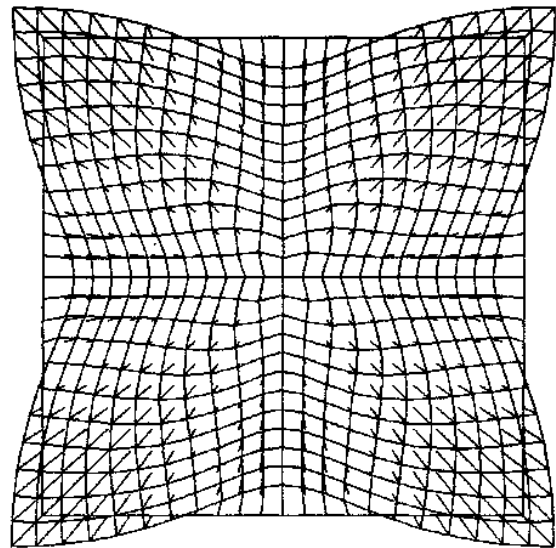
7



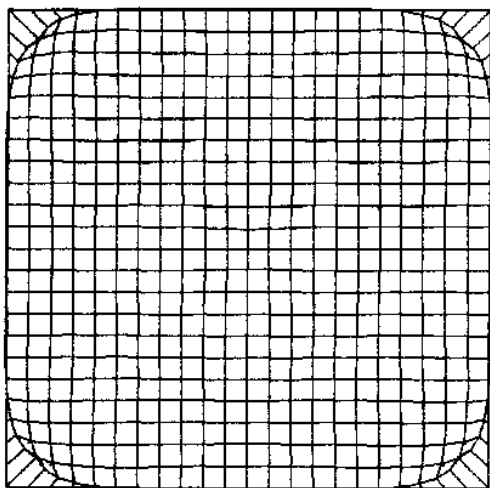
10



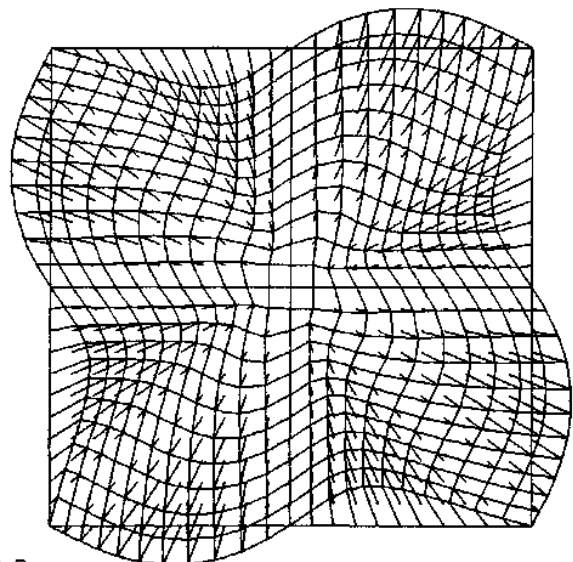
8



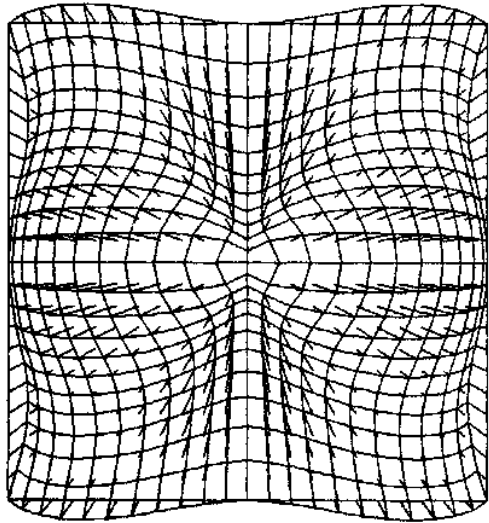
11



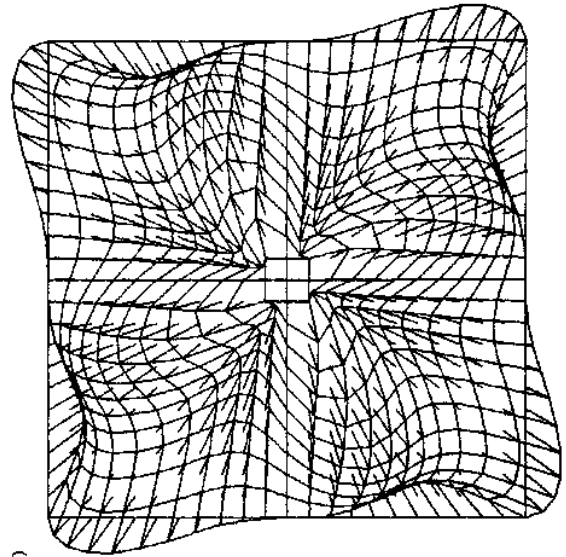
9



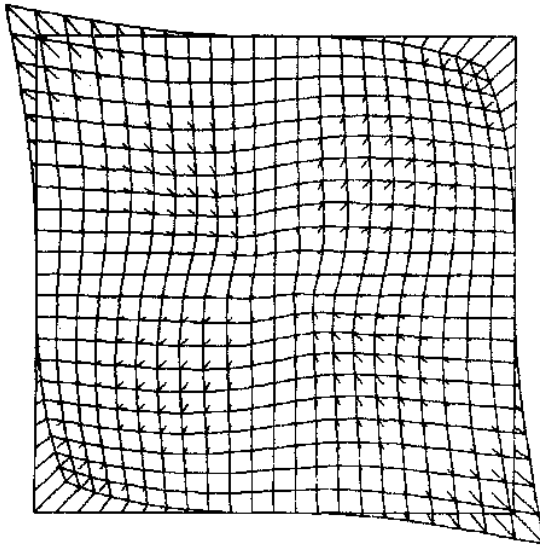
12



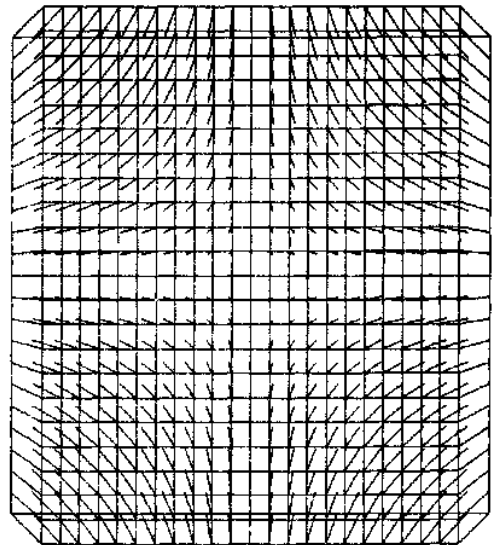
13



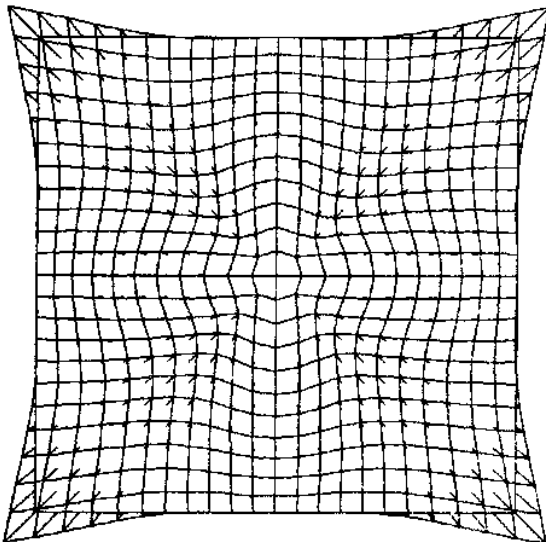
16



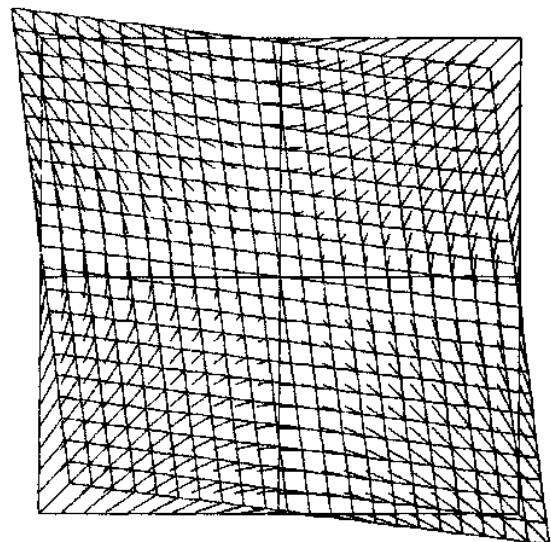
14



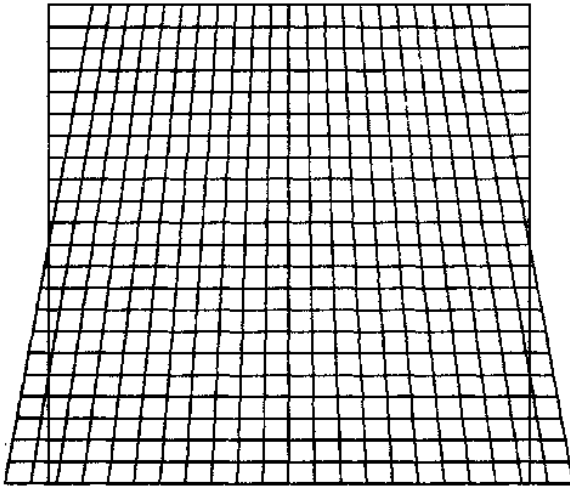
17



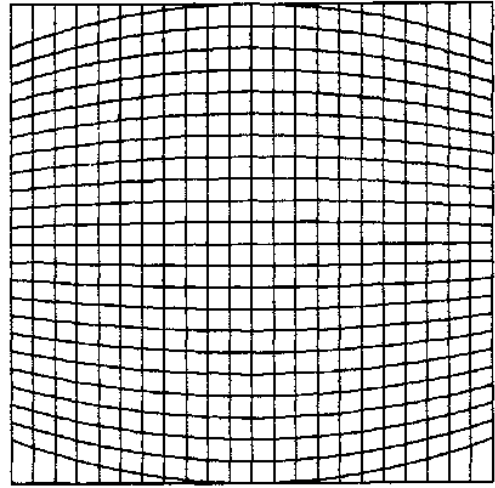
15



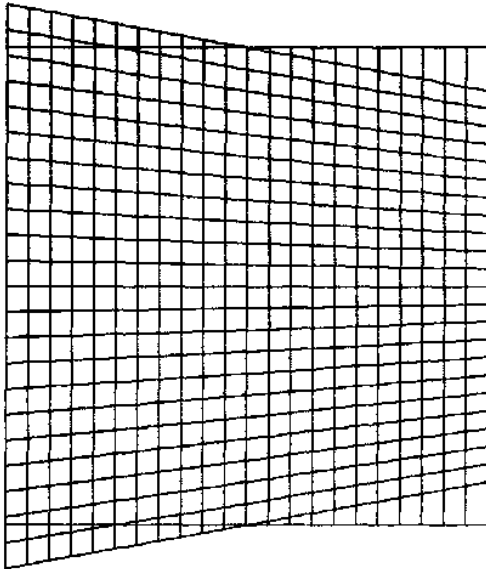
18



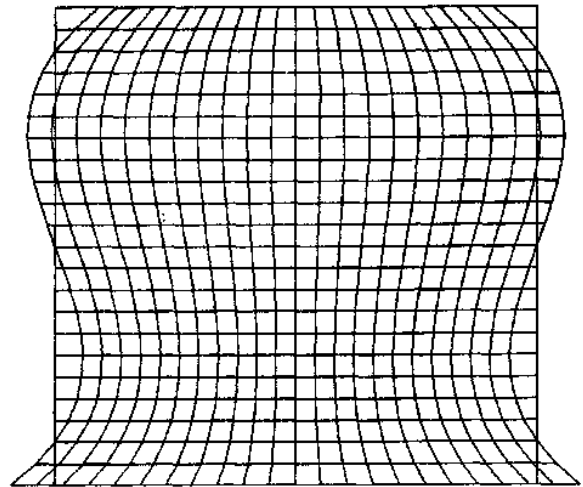
19



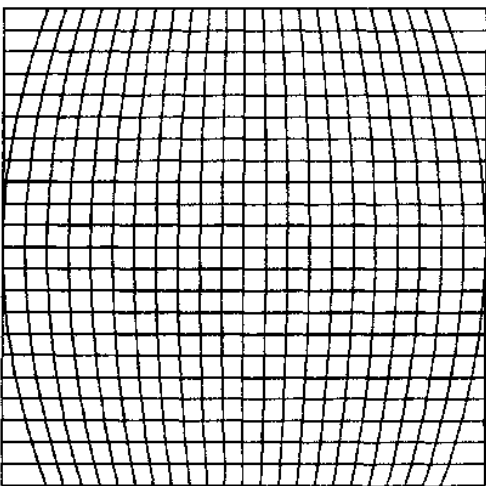
22



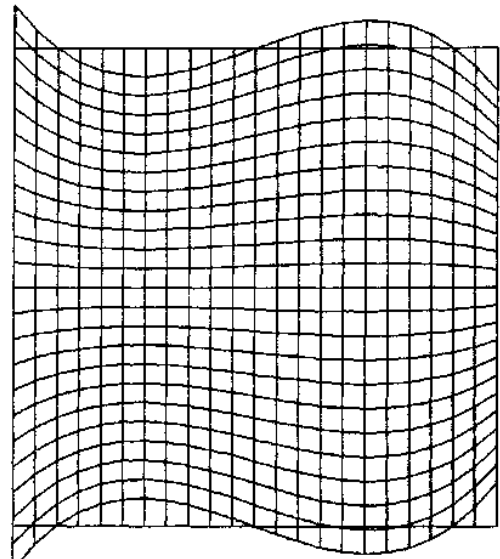
20



23



21



24

Anhang B Linearisierung der Kollinearitätsgleichungen für terrestrische Aufnahmeanordnung

Ausgehend von Gleichung (3.11) erfolgt die Linearisierung der Beziehungen zwischen den Bildmessungen und den Unbekannten der Ausgleichung durch Entwicklung in einer Taylorreihe (3.12). Die einzelnen Glieder dieser Reihe werden durch partielle Differentiation bestimmt. Im Gegensatz zu den Ableitungen der Kammerunbekannten x_H' , y_H' und c ist die Entwicklung der linearen Form der unbekannten Punkt- und Bildparameter in mehreren Schritten zu vollziehen.

$$x' = x_H' + c \cdot \frac{u}{v} \quad (3.11)$$

$$z' = z_H' + c \cdot \frac{w}{v}$$

Zur Vereinfachung erfolgt zunächst eine Verallgemeinerung, die die nachfolgenden Schritte erleichtert: Es sei a eine der Unbekannten $X, Y, Z, X_0, Y_0, Z_0, \phi, \omega$ oder κ , so gilt wegen

$$\mathbf{u} = [u, v, w]^T = \mathbf{f}(X, Y, Z, X_0, Y_0, Z_0, \phi, \omega, \kappa) \quad (B.1)$$

für alle partiellen Ableitungen von (3.11) nach a :

$$\frac{\partial x'}{\partial a} = c \cdot \frac{v \cdot \frac{\partial u}{\partial a} - u \cdot \frac{\partial v}{\partial a}}{v^2} \quad (B.2)$$

$$\frac{\partial z'}{\partial a} = c \cdot \frac{v \cdot \frac{\partial w}{\partial a} - w \cdot \frac{\partial v}{\partial a}}{v^2}$$

(3.11) aufgelöst nach u bzw. w eingesetzt in (B.2) ergibt:

$$\frac{\partial x'}{\partial a} = c \cdot \frac{v \cdot \frac{\partial u}{\partial a} - \frac{x' - x'_H}{c} \cdot v \cdot \frac{\partial v}{\partial a}}{v^2} \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{\partial z'}{\partial a} = c \cdot \frac{v \cdot \frac{\partial w}{\partial a} - \frac{z' - z'_H}{c} \cdot v \cdot \frac{\partial v}{\partial a}}{v^2}$$

Durch Kürzen erhält man:

$$\frac{\partial x'}{\partial a} = \frac{c}{v} \cdot \frac{\partial u}{\partial a} - \frac{x' - x'_H}{v} \cdot \frac{\partial v}{\partial a} \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{\partial z'}{\partial a} = \frac{c}{v} \cdot \frac{\partial w}{\partial a} - \frac{z' - z'_H}{v} \cdot \frac{\partial v}{\partial a}$$

Im nächsten Schritt ist u nach allen Punkt- und Bildparametern abzuleiten:

$$\begin{aligned} u &= (X - X_0) r_{11} + (Y - Y_0) r_{21} + (Z - Z_0) r_{31} \\ v &= (X - X_0) r_{12} + (Y - Y_0) r_{22} + (Z - Z_0) r_{32} \\ w &= (X - X_0) r_{13} + (Y - Y_0) r_{23} + (Z - Z_0) r_{33} \end{aligned} \quad (3.9)$$

oder ausgeschrieben:

$$\begin{aligned} u &= (X - X_0) (\cos \phi \cdot \cos \kappa - \sin \phi \cdot \sin \omega \cdot \sin \kappa) + \\ &\quad (Y - Y_0) (\sin \phi \cdot \cos \kappa + \cos \phi \cdot \sin \omega \cdot \sin \kappa) + \\ &\quad (Z - Z_0) (-\cos \omega \cdot \sin \kappa) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= (X - X_0) (-\sin \phi \cdot \cos \omega) + \\ &\quad (Y - Y_0) (\cos \phi \cdot \cos \omega) + \\ &\quad (Z - Z_0) (\sin \omega) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w &= (X - X_0) (\cos \phi \cdot \sin \kappa + \sin \phi \cdot \sin \omega \cdot \cos \kappa) + \\ &\quad (Y - Y_0) (\sin \phi \cdot \sin \kappa - \cos \phi \cdot \sin \omega \cdot \cos \kappa) + \\ &\quad (Z - Z_0) (\cos \omega \cdot \cos \kappa) \end{aligned}$$

Ableitungen nach X_0, Y_0, Z_0 und X, Y, Z :

$$-\frac{\partial u}{\partial X_0} = \frac{\partial u}{\partial X} = r_{11} \quad ; \quad -\frac{\partial u}{\partial Y_0} = \frac{\partial u}{\partial Y} = r_{21} \quad ; \quad -\frac{\partial u}{\partial Z_0} = \frac{\partial u}{\partial Z} = r_{31}$$

$$-\frac{\partial v}{\partial X_0} = \frac{\partial v}{\partial X} = r_{12} \quad ; \quad -\frac{\partial v}{\partial Y_0} = \frac{\partial v}{\partial Y} = r_{22} \quad ; \quad -\frac{\partial v}{\partial Z_0} = \frac{\partial v}{\partial Z} = r_{32}$$

$$-\frac{\partial w}{\partial X_0} = \frac{\partial w}{\partial X} = r_{13} \quad ; \quad -\frac{\partial w}{\partial Y_0} = \frac{\partial w}{\partial Y} = r_{23} \quad ; \quad -\frac{\partial w}{\partial Z_0} = \frac{\partial w}{\partial Z} = r_{32}$$

Ableitungen nach ϕ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \phi} &= (X - X_0) (-\sin \phi \cdot \cos \kappa - \cos \phi \cdot \sin \omega \cdot \sin \kappa) + \\ &\quad (Y - Y_0) (\cos \phi \cdot \cos \kappa - \sin \phi \cdot \sin \omega \cdot \sin \kappa) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \phi} = - (X - X_0) r_{21} + (Y - Y_0) r_{11}$$

$$\frac{\partial v}{\partial \phi} = (X - X_0) (-\cos \phi \cos \omega) + (Y - Y_0) (-\sin \phi \cos \omega)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \phi} = - (X - X_0) r_{22} + (Y - Y_0) r_{12}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial \phi} &= (X - X_0) (-\sin \phi \cdot \sin \kappa + \cos \phi \cdot \sin \omega \cdot \cos \kappa) + \\ &\quad (Y - Y_0) (\cos \phi \cdot \sin \kappa + \sin \phi \cdot \sin \omega \cdot \cos \kappa) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial w}{\partial \phi} = - (X - X_0) r_{23} + (Y - Y_0) r_{13}$$

Ableitungen nach ω :

$$\frac{\partial u}{\partial \omega} = (X - X_0) (-\sin \phi \cdot \cos \omega \cdot \sin \kappa) + (Y - Y_0) (\cos \phi \cdot \cos \omega \cdot \sin \kappa) + (Z - Z_0) (\sin \omega \cdot \sin \kappa)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \omega} = [(X - X_0) r_{12} + (Y - Y_0) r_{22} + (Z - Z_0) r_{32}] \sin \kappa$$

$$\frac{\partial u}{\partial \omega} = v \cdot \sin \kappa$$

$$\frac{\partial v}{\partial \omega} = (X - X_0) (+\sin \phi \cdot \sin \omega) + (Y - Y_0) (-\cos \phi \cdot \sin \omega) + (Z - Z_0) (\cos \omega)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial \omega} &= (X - X_0) (\sin \phi \cdot \cos \omega \cdot \cos \kappa) + (Y - Y_0) (-\cos \phi \cdot \cos \omega \cdot \cos \kappa) + \\ &\quad (Z - Z_0) (-\sin \omega \cdot \cos \kappa) \\ &= - [(X - X_0) r_{12} + (Y - Y_0) r_{22} + (Z - Z_0) r_{32}] \cos \kappa \end{aligned}$$

$$\frac{\partial w}{\partial \omega} = -v \cdot \cos \kappa$$

Ableitungen nach κ :

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial \kappa} &= (X - X_0) (-\cos \phi \cdot \sin \kappa - \sin \phi \cdot \sin \omega \cdot \cos \kappa) + \\ &\quad (Y - Y_0) (-\sin \phi \cdot \sin \kappa + \cos \phi \cdot \sin \omega \cdot \cos \kappa) + \\ &\quad (Z - Z_0) (-\cos \omega \cdot \cos \kappa)\end{aligned}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \kappa} = [(X - X_0) r_{13} + (Y - Y_0) r_{23} + (Z - Z_0) r_{33}]$$

$$\frac{\partial u}{\partial \kappa} = -w$$

$$\frac{\partial v}{\partial \kappa} = v$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial w}{\partial \kappa} &= (X - X_0) (\cos \phi \cdot \cos \kappa - \sin \phi \cdot \sin \omega \cdot \sin \kappa) + \\ &\quad (Y - Y_0) (\sin \phi \cdot \cos \kappa + \cos \phi \cdot \sin \omega \cdot \sin \kappa) + \\ &\quad (Z - Z_0) (-\cos \omega \cdot \sin \kappa) \\ &= (X - X_0) r_{11} + (Y - Y_0) r_{21} + (Z - Z_0) r_{31}\end{aligned}$$

$$\frac{\partial w}{\partial \kappa} = u$$

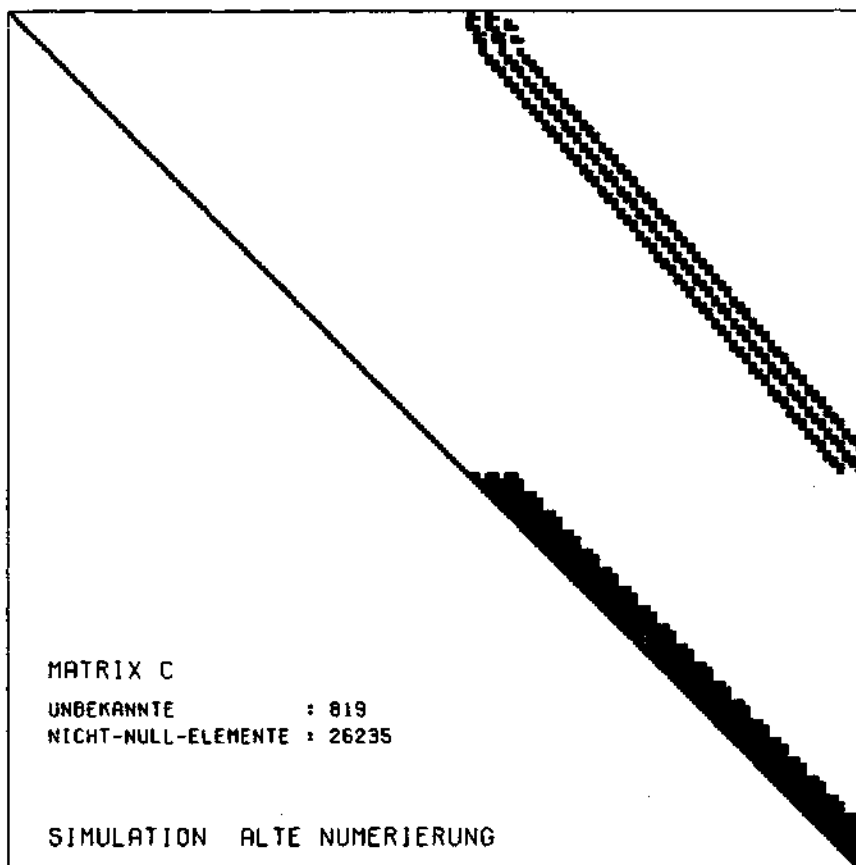
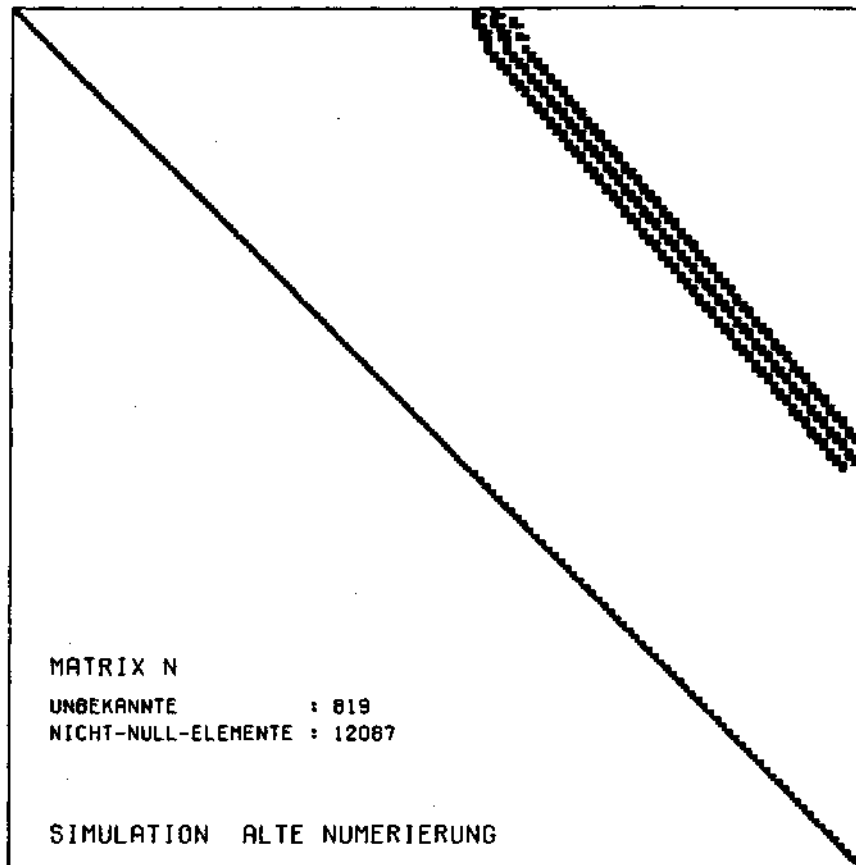
Durch Einsetzen dieser Ableitungen in (B.4) erhält man direkt die in (3.13) angegebenen Gleichungen.

Anhang C Simulierte Beispiele eines photogrammetrischen Netzes mit zusätzlichen geodätischen Beobachtungen

Grundlage für die nachfolgenden simulierten Beispiele bildet ein angenommener Bildflug mit drei Bildstreifen zu je 21 Bildern, 60 % Längs und 20 % Querüberdeckung. Die erfasste Grundfläche hat damit ein Seitenverhältnis von 1 : 3. Zunächst wird eine Bündelausgleichung ohne zusätzliche geodätische Beobachtungen gezeigt (C-1, C-2). Das zweite Beispiel (C-3, C-4) enthält zusätzlich die Winkel- und Streckenbeobachtungen einer polaren Aufnahme für 8 Punkte von einem zentralen Standpunkt aus. Für das Beispiel C-3 mit herkömmlicher Numerierung ist die Orientierungsunbekannte des Richtungssatzes vorab eliminiert worden. Das dritte Beispiel (C-5, C-6) enthält weitere 8 Strecken.

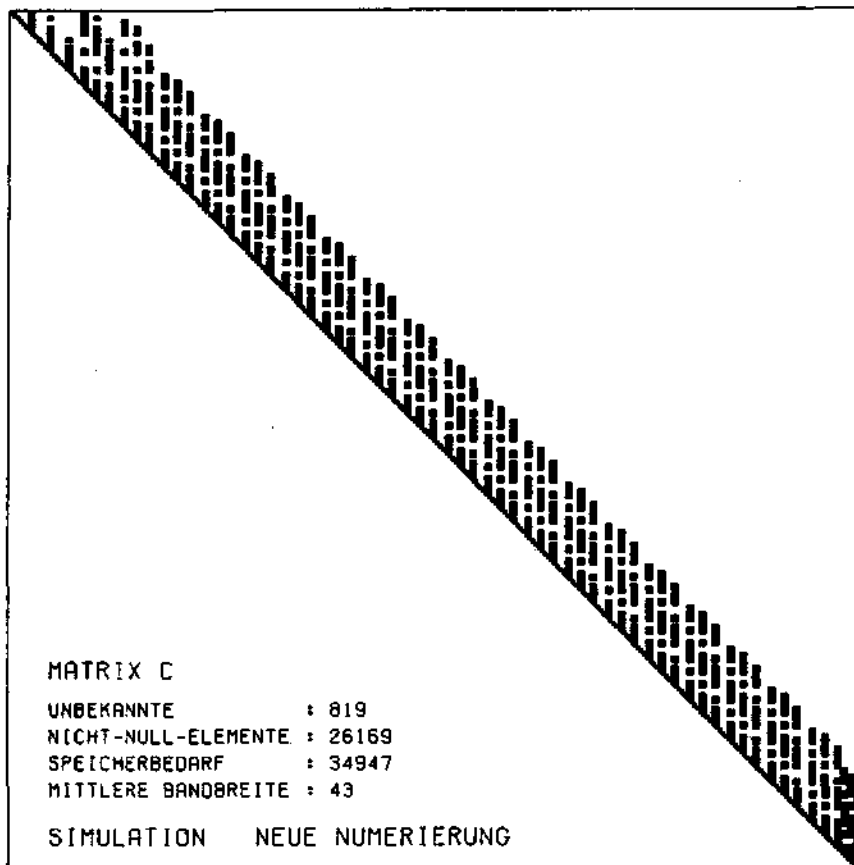
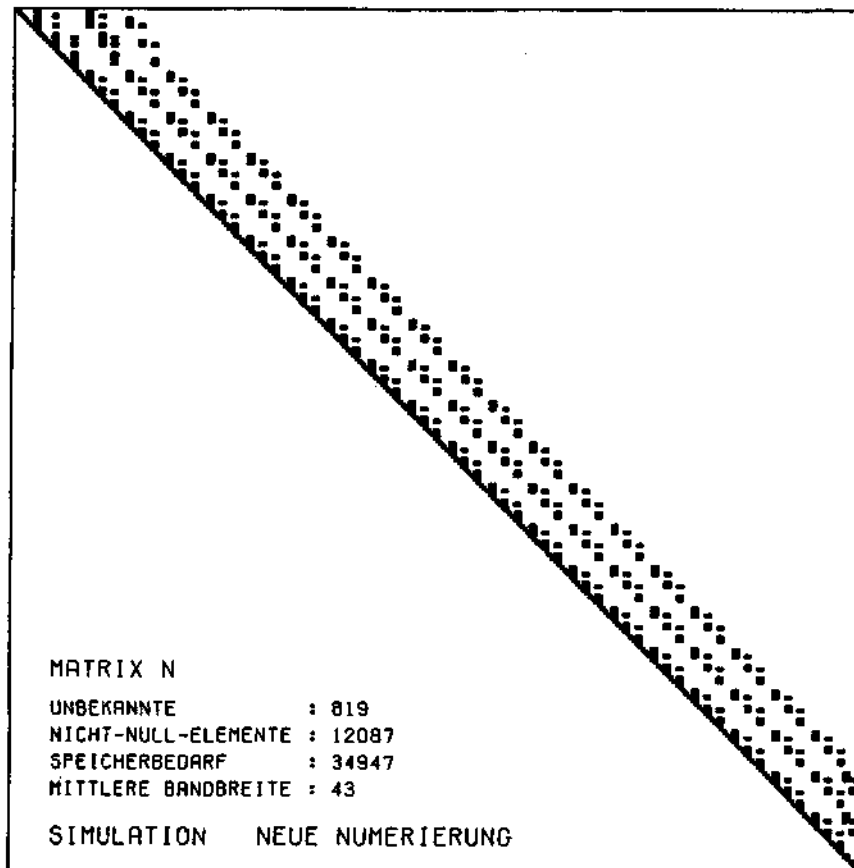
Im zweiten Beispiel ist die Anzahl der Elemente nach der Zerlegung bei der herkömmlichen Numerierung fast doppelt so groß wie bei der neu entwickelten Methode. Im dritten Beispiel wird der Faktor 3 erreicht. Gleichzeitig ist die Anzahl der Nicht-Null-Elemente für die herkömmliche Numerierung mehr als doppelt so groß wie die Anzahl der bei der neuen Methode insgesamt im Profil gespeicherten Elemente.

Beispiel	Herkömmliche Numerierung			neu entwickelte Methode			
	Nicht-Null -Elemente in N	Fill-In- in C	Fill-In- Faktor	Nicht-Null-Elemente in N	in C	Profil- größe	Fill-In- Faktor
1 (C-1, C-2)	12 087	26 235	2,17	12 087	26 169	34 947	2,17
2 (C-3, C-4)	12 177	52 097	4,28	12 141	28 515	39 736	2,35
3 (C-5, C-6)	12 229	88 451	7,23	12 193	29 617	41 782	2,43



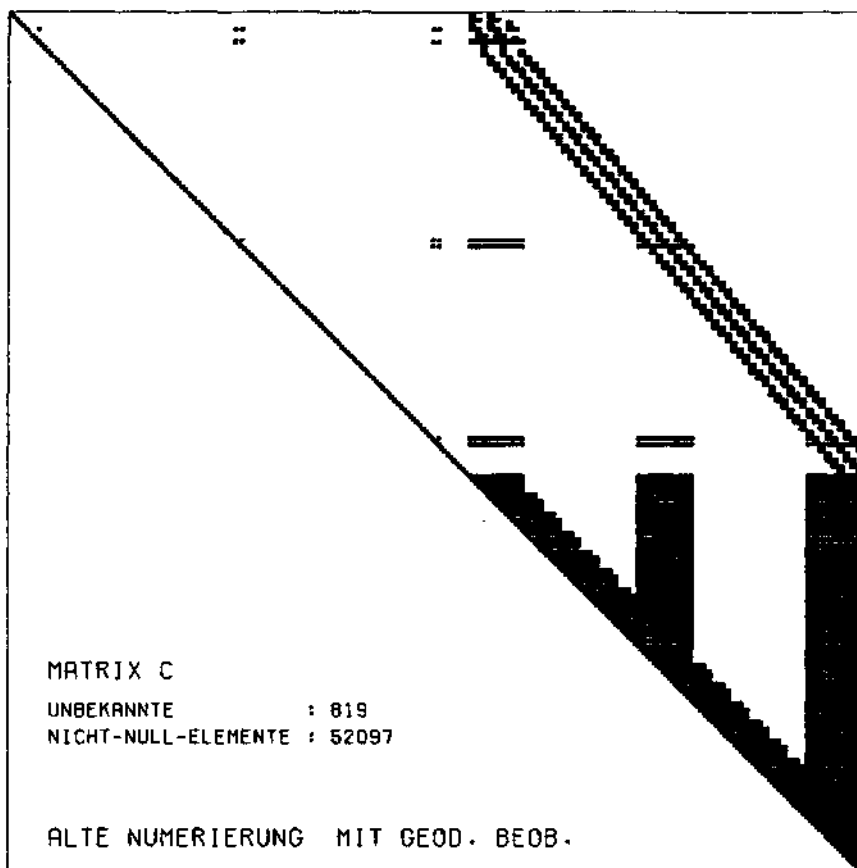
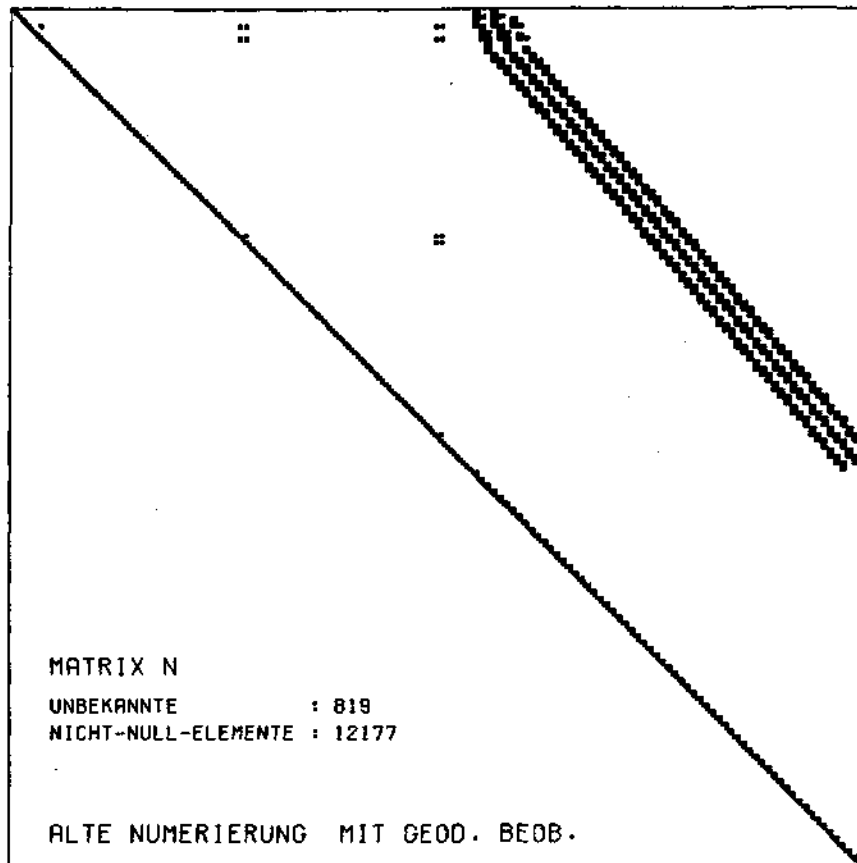
Fill-In-Faktor
 2.17

C-I: ohne geodätische Beobachtungen



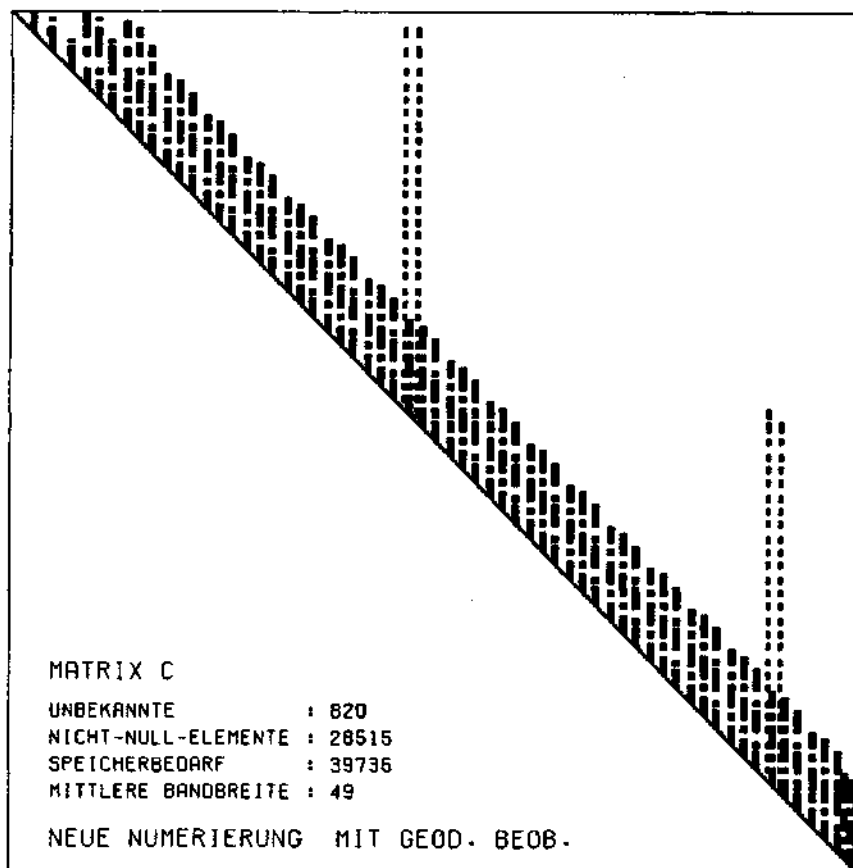
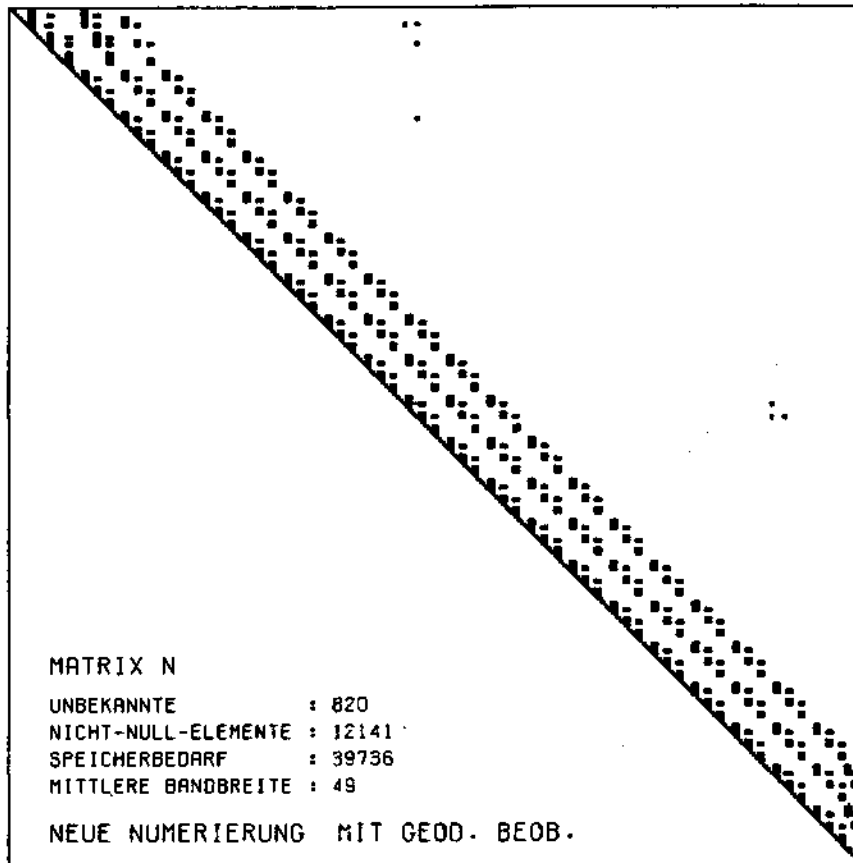
Fill-In-Faktor
2.17

C-2: ohne geodätische Beobachtungen



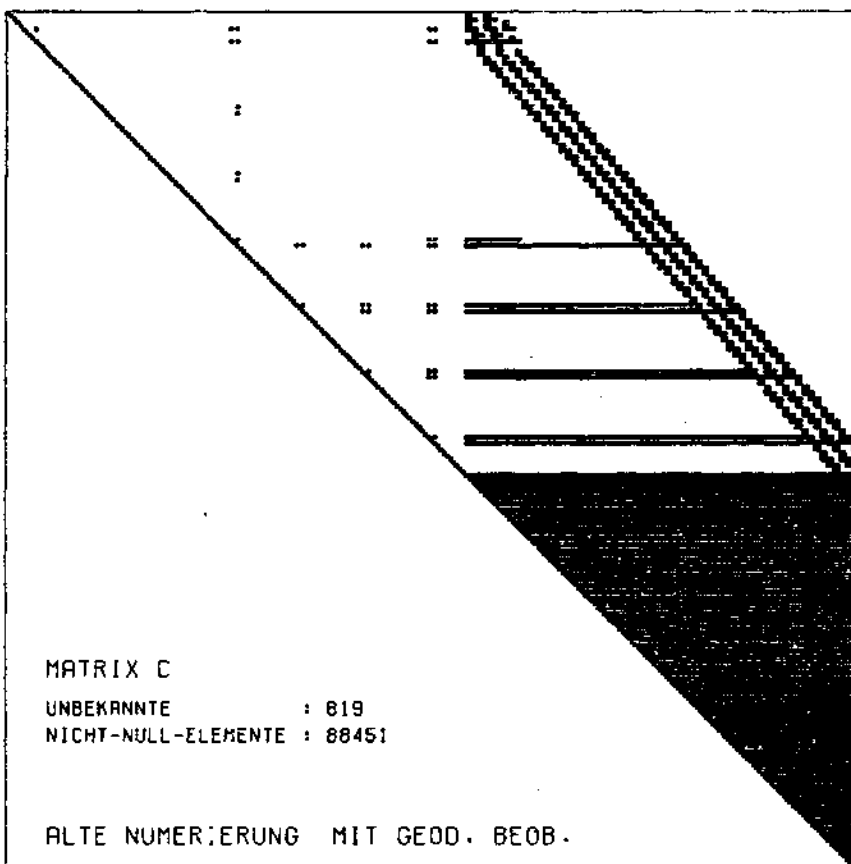
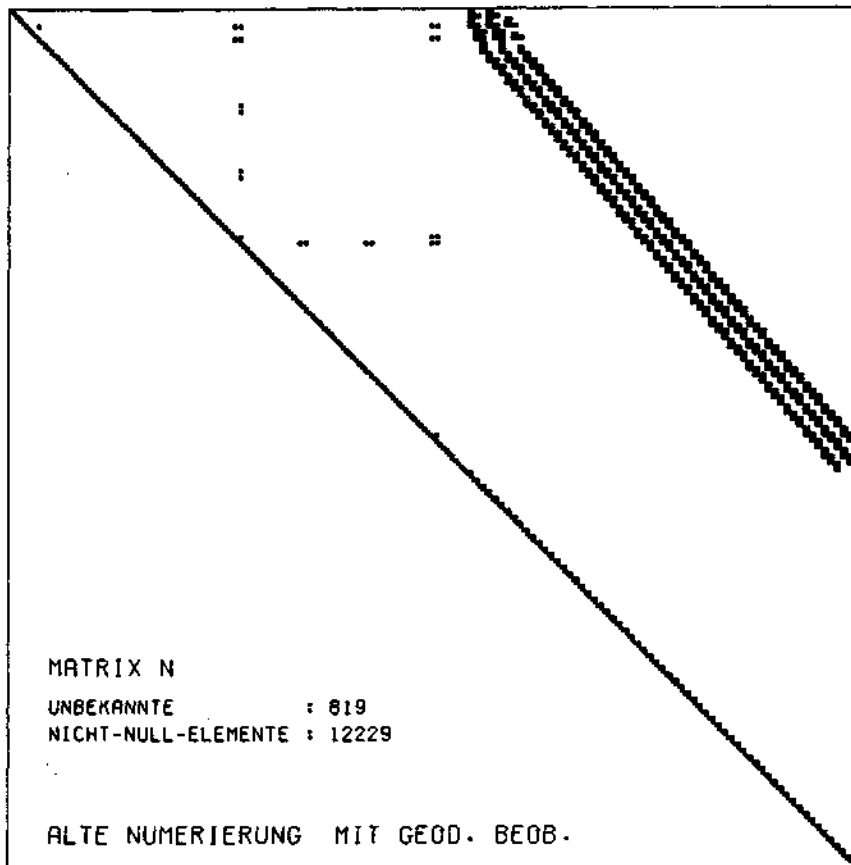
Fill-In-Faktor
 4.28

C-3: Polare Bestimmung von 8 Punkten von einem zentralen Punkt aus



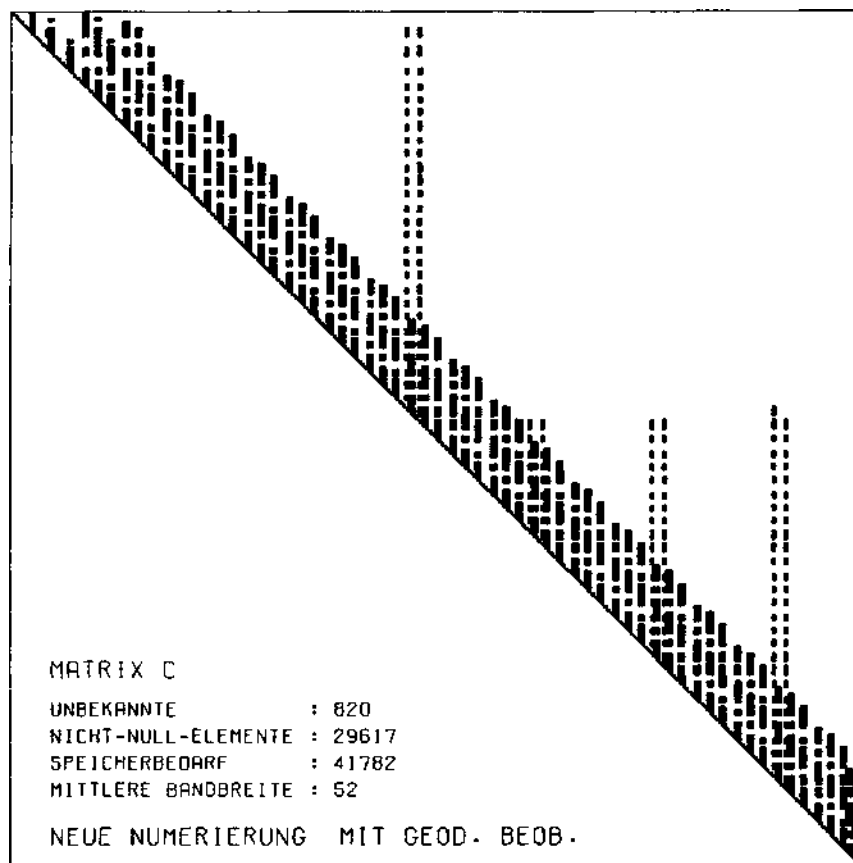
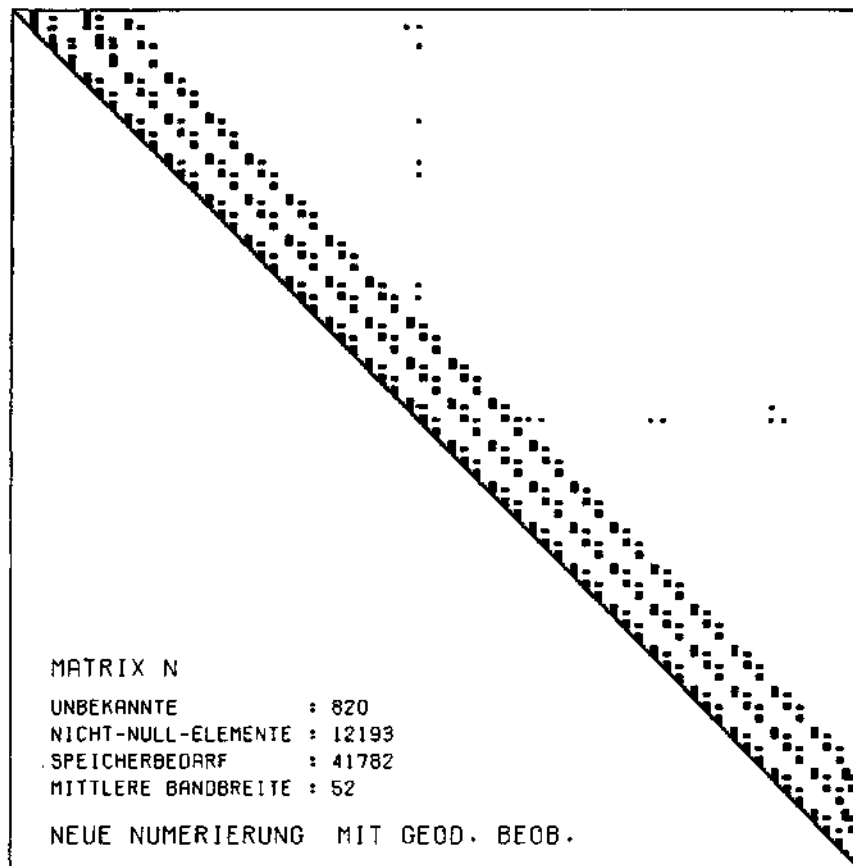
Fill-In-Faktor
2.35

C-4: wie C3



Fill-In-Faktor
 7.23

C-5: wie C-3 mit 8 zusätzlichen Strecken



Fill-In-Faktor
2.43

C-6: wie C-3 mit 8 zusätzlichen Strecken

Anhang D Kennungen der Eingabesätze für das Programm BINGO

AZIM	Azimut einer Strecke
C	Kommentarkarte
CHKA	Kammerkonstante und Hauptpunkt einer Aufnahmekammer
DIFF	Koordinaten- und Höhenunterschiede
DIOR	Unterschiede in der Orientierung zweier Aufnahmen
DIST	Strecken
EXKA }	Meßwerte für e' und δ
EXES }	zugehörige Standardabweichungen
GRUP	Punktnummernbereich einer Gewichtsgruppe
KORD	Näherungswerte der Punktkoordinaten
LIST	Druckoptionen
NEUN	Punktnummer ändern
ORST }	Orientierung und Zentrierung auf Standpunkt
ORES }	zugehörige Standardabweichungen
ORIL }	Näherungswerte der Orientierungsunkannten für
ORIT }	Luftbilder und terrestrische Aufnahmen
PARM	Steuerparameter
PPKO }	Paßpunktkoordinaten
PPES }	zugehörige Standardabweichungen
RAUS	Punkt löschen
RISA	Richtungssatz
STAB }	Stereoaufnahmebedingung
STES }	zugehörige Standardabweichung
TEXT	Text zur Beschriftung der Ausgabe
ZEDI	Zenitdistanzen
ZUPA	Zusätzliche Parameter

Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover

(Diese Arbeiten erschienen bis Nr. 86 unter „Wissenschaftliche Arbeiten der Lehrstühle für Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie an der Technischen Universität Hannover“)

- | | |
|--|---|
| Nr. 118 UHDE, C.: | Mathematische Modelle zur Analyse von Grundstücksmärkten.
(Diss. 1982) |
| Nr. 119 MENKE, K.: | Zur rechnergestützten Generalisierung des Verkehrswege- und Gewässernetzes, insbesondere für den Maßstab 1:25000. (Diss. 1982) |
| Nr. 120 KANNGIESER, E.,
KUMMER, K.,
TORGE, W.,
WENZEL, H.-G.: | Das Gravimeter-Eichsystem Hannover, Hannover 1983.
<i>Sonderdruck aus der Schriftenreihe des Niedersächsischen Landesverwaltungsamtes
- Landesvermessung -</i> |
| Nr. 121 EHLERS, M.: | Untersuchungen von digitalen Korrelationsverfahren zur Entzerrung von Fernerkundungsaufnahmen. (Diss. 1983) |
| Nr. 122 BOLJEN, J.: | Ein dynamisches Modell zur Analyse und Interpretation von Deformationen. (Diss. 1983) |
| Nr. 123 LOHMANN, P.: | Untersuchungen zur digitalen Auswertung und Korrektur von thermalen Abtasterdaten von küstennahen Wasserflächen. (Diss. 1983) |
| Nr. 124 KOLOUCH, D.: | Geometrische Auswertung von Sonarbilddaten und Interferometeraufnahmen mit Hilfe digitaler Bildverarbeitung. (Diss. 1983) |
| Nr. 125 SFB 149: | Vermessungs- und Fernerkundungsverfahren an Küsten und Meeren, Jahresbericht 1982. |
| Nr. 126 SCHWÄBLE, R.: | Systemansätze für die automatische Zielverfolgung mit elektrooptischen Tachymetern im küstennahen und Binnengewässerbereich. (Diss. 1983) |
| Nr. 127 DENNERT-MÖLLER, E.: | Untersuchungen zur digitalen multispektralen Klassifizierung von Fernerkundungsaufnahmen mit Beispielen aus den Wattgebieten der deutschen Nordseeküste. (Diss. 1983) |
| Nr. 128 KRUCK, E.: | Lösung großer Gleichungssysteme für photogrammetrische Blockausgleichungen mit erweitertem funktionalen Modell. (Diss. 1983) |
| Nr. 129 SCHENKE, H. W.: | Untersuchungen zur Genauigkeit von Doppler-Satellitenbeobachtungen im Testnetz Westharz. (Diss. 1984) |
| Nr. 130 BÄUMKER, M.: | Zur dreidimensionalen Ausgleichung von terrestrischen und Satellitenbeobachtungen. (Diss. 1984) |
| Nr. 132 GRÜNREICH, D.: | Untersuchungen zu den Datenquellen und zur rechnergestützten Herstellung des Grundrisses großmaßstäbiger topographischer Karten. (Diss. 1984) |
| Nr. 133 PELZER, H.,
MILEV, G.: | Untersuchungen zur geodätischen Bestimmung von Rutschungserscheinungen und vertikalen Krustenbewegungen, Hannover 1984. |
| Nr. 134 MONKA, F. M.: | Zur Aufbereitung und Auswertung von GEOS-3 Satellitenradaraltimeternmessungen. (Diss. 1984) |
| Nr. 135 WEBER, G.: | Hochauflösende mittlere Freiluftanomalien und gravimetrische Lotabweichungen für Europa. (Diss. 1984) |
| Nr. 136 SFB 149: | Vermessungs- und Fernerkundungsverfahren an Küsten und Meeren, Jahresbericht 1983. |

Die „Wissenschaftlichen Arbeiten....“ werden im Rahmen des wissenschaftlichen Schriftenaustausches verteilt und können über den Buchhandel nicht bezogen werden. Das Geodätische Institut der Universität Hannover (Nienburger Straße 1, 3000 Hannover 1) gibt Einzelexemplare und das Gesamtverzeichnis der bisher erschienenen Arbeiten an interessierte Wissenschaftler ab.

Die als Sonderdruck aus der Schriftenreihe des Niedersächsischen Landesverwaltungsamt -Landesvermessung- herausgegebenen wissenschaftlichen Arbeiten können beim Niedersächsischen Landesverwaltungsamt -Landesvermessung-, Warmbüchenkamp 2, 3000 Hannover 1, bezogen werden.